

## Identificación a simple vista de patrones de vibración de una tapa de guitarra

Jesús Alejandro Torres, Ricardo Ruiz Boullosa

CCADET, Universidad Nacional Autónoma de México, Apdo. Postal 70-186. Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria CP 04510 D.F. México

{jesusalejandrott@yahoo.com.mx, ricardo.ruiz@ccadet.unam.mx}

### Resumen

Un análisis armónico de una tapa de guitarra, se realizó mediante el Método del Elemento Finito. El modelo fue calibrado mediante mediciones experimentales de movilidad en el punto de excitación; y de velocidad en puntos de una malla de 2x2 cm en una tapa real, utilizando un vibrómetro láser. Los patrones de vibración simulados y medidos experimentalmente, se compararon a los observados a simple vista utilizando un láser verde de 350mW de potencia para iluminar la tapa excitada mediante un barrido de frecuencias. La amplitud del desplazamiento de la superficie se ajustó de tal manera que se observaron cambios en el moteado del reflejo del láser, producido en zonas de desplazamiento normal a la superficie, detectándose así el patrón de vibración a una determinada frecuencia, incluso cuando el sistema no presenta resonancias. Los patrones de vibración visualizados por los tres métodos resultaron satisfactoriamente congruentes.

**Palabras-clave:** moteado, guitarra, resonancia, visualización.

### Abstract

An harmonic analysis of a guitar top plate, was made using the Finite Element Method. The model was calibrated with experimental point mobility measurements; and the velocity at points of a 2x2 cm grid in the real top plate, using a laser vibrometer. Simulated and experimental vibration patterns were compared against unaided eye visualization using a green laser of 350mW to illuminate the top plate excited with swept frequency. The surface displacement amplitude was adjusted in order to watch changes of laser speckle, produced in zones with normal displacement to the surface, detecting in this way the vibration pattern for a fix frequency, including no resonance conditions of the system. The vibration patterns visualized with the three methods had good agreement against the experimental ones.

**Keywords:** speckle, guitar, resonance, visualization.

## 1 Introducción

Las características del sonido generado por una guitarra clásica dependen, además de la técnica del ejecutante, de la respuesta vibratoria de todo el instrumento a la excitación de las cuerdas y la perturbación que esto produce en el aire para llegar a nuestros oídos. De todas las partes que constituyen una guitarra, la que influye más en esta interacción es la tapa superior, así que analizar el comportamiento vibratorio de ésta ayuda a entender mejor este proceso.

Una de las técnicas para visualizar los modos de vibración de una placa es el bien conocido método desarrollado por Ernst Chladni en 1768, basándose en un experimento pionero de Robert Hooke quien en 1680, había sido capaz de ver los patrones nodales asociados con los modos de vibración de placas de vidrio cubiertas con flúor y excitadas mediante un arco. En el siglo XX, esta técnica fue adaptada con algunas variaciones, aprovechando el surgimiento de generadores de señales eléctricas y amplificadores, y en reportes de trabajos en instrumentos musicales con caja de resonancia, como la guitarra, aún es común encontrar su uso.

La interferometría de hologramas es otra técnica de visualización aplicada desde los primeros artículos encontrados sobre la física de la guitarra a mediados de los años 70s [1][2]. En esta técnica, básicamente se usa el patrón de interferencia creado por la superposición de dos (o más) rayos de luz láser iluminando una superficie vibrante, para la identificación de los modos de vibración, mediante fotografías tomadas a diferentes instantes de la experimentación. Pocos años después, el uso de vibrómetro láser empezaba a ser aplicado para medir una malla de puntos que permitía visualizar mediante gráficas de contornos, los modos de vibración de una guitarra al ser excitada [3], e incluso también por medio de holografía de campo cercano mediante arreglos matriciales de micrófonos [4]. Aunque el análisis modal, una poderosa técnica que permite plantear expresiones matemáticas para describir el comportamiento vibratorio de una estructura mediante mediciones experimentales, ya era usado comúnmente en estudios sobre el violín [5], su aplicación específicamente a la guitarra acústica era menos frecuente [6]. Sin embargo, estos tipos de arreglos requieren de equipo experimental costoso, a menudo sólo disponible en algunos centros de investigación.

Con el incremento en la velocidad de procesamiento en las computadoras, la aplicación de métodos numéricos comenzó a implementarse en estudios referentes a la guitarra, y aunque a finales de los 80s ya se documentaba el uso de datos generados mediante el Método del Elemento Finito (MEF) para estudiar la vibración de una tapa de guitarra [7], las mallas generadas por este método todavía no generaban cálculos con la resolución necesaria para visualizar modos de vibración relativamente altos. Un tipo de cálculo alternativo al MEF fue publicado a mediados de los 90s por Griffin [9], en el cual utilizó aproximaciones analíticas mediante funciones de Bessel para estudiar la vibración del primer modo asimétrico de la guitarra (1,0). Sin embargo, los cálculos usando técnicas numéricas como MEF ya empezaban a ser comunes en los estudios sobre la física de la guitarra [10].

Actualmente, aunque esporádicamente se publican trabajos con un enfoque distinto, la mayoría de los artículos sobre la física de la guitarra tratan sobre simulaciones numéricas de su comportamiento. Se han desarrollado modelos numéricos detallados, como resultado de varios años de investigación. Elejabarrieta et al. [11] han comparado la factibilidad de usar modelos de MEF con este fin, verificando sus resultados con experimentaciones, y según lo sabido por los autores de este trabajo, actualmente estos modelos incluyen la caja de resonancia completa acoplada con el aire que encierra. Hill et al. [12] muestran cómo la admitancia de entrada de una guitarra y su respuesta de presión sonora en un punto arbitrario en su campo de radiación puede ser caracterizado y reconstruido usando unos pocos parámetros acústicos utilizando descomposición armónica esférica. Sin embargo, este modelo aun es incapaz de producir resultados arriba de 600Hz, donde mencionan que los modos de vibración son incompatibles con radiación monopolar y bipolar.

Bécache et al. [13] presentaron un estudio numérico en el dominio del tiempo para modelar una guitarra, que incluye el desplazamiento transversal de la cuerda excitada por una fuerza pulsada, el movimiento de flexión de la tapa y la radiación sonora en el aire. El modelo incluye el puente y las

barras transversales de la parte superior de la tapa, pero no las demás partes del abanico para facilitar el cálculo computacional. En los últimos meses a la fecha de la realización de este escrito, Okuda y Ono han publicado estudios sobre la sustitución de la madera por materiales sintéticos, y cómo estos tienden a reproducir las respuestas vibratorias de maderas tradicionales incluso sin necesitar abanico basándose en simulaciones de MEF y el método de Chladni [14].

En el presente trabajo, una tapa superior real fue fijada en sus extremos, y excitada puntualmente. Se obtuvieron patrones de vibración para frecuencias fijas, visualizados mediante el cambio de moteado producido por el reflejo de un láser verde. También se trazaron gráficas de respuesta en el punto de excitación para barridos de frecuencias bajas. Estos resultados experimentales se compararon con resultados calculados de un análisis armónico simulado mediante MEF.

## 2 Teoría

### 2.1 Análisis armónico usando MEF

La ecuación matricial

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \cos \omega t \quad (1)$$

caracteriza la respuesta de un sistema vibratorio amortiguado viscosamente. El análisis modal calculado mediante MEF es llevado a cabo igualando a cero el lado derecho de la Ecuación (1), obteniendo un sistema indeterminado de ecuaciones (una incógnita por el desplazamiento de cada grado de libertad más la frecuencia), lo que provoca que los desplazamientos de los grados de libertad de cada modo de vibración estén dados en amplitudes relativas entre ellos. Este tipo de análisis usando MEF ha sido ampliamente reportado en estudios de instrumentos musicales [5][6][7][8][10][11][14][15].

Sin embargo, al definir en el lado derecho de la Ecuación (1) una fuerza de excitación mediante su dirección, amplitud, ubicación y frecuencia, los desplazamientos de los grados de libertad quedan determinados al tener un sistema con el mismo número de ecuaciones e incógnitas, pues a diferencia del análisis modal, la frecuencia deja de ser una incógnita. Este tipo de análisis es llamado armónico y en [16] se encuentra una guía de cómo se lleva a cabo por medio de MEF. Las gráficas de respuesta y patrones de vibraciones calculados con MEF en este trabajo, se realizaron mediante análisis armónicos excitando mediante un barrido de frecuencias sinusoidales de amplitud constante igual a 1 N, en el mismo punto que el arreglo experimental, con el objeto de que el cálculo de la velocidad de respuesta de la estructura fuera comparable a la movilidad medida experimentalmente.

#### 2.1.1 Excitación armónica de sistemas amortiguados

Es sabido en ecuaciones diferenciales que la respuesta forzada armónicamente de un sistema amortiguado, es de la forma de una función armónica de la misma frecuencia que la fuerza de excitación con una amplitud diferente y fase. El cambio de fase es esperado del efecto de la fuerza de amortiguamiento. Siguiendo el método de coeficientes indeterminados es asumido que la solución particular es de la forma

$$x_p(t) = A \cos(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

la cual es escrita de manera equivalente como

$$x_p(t) = A_s \cos \omega t + B_s \sin \omega t \quad (3)$$

donde las constantes  $A_s$  y  $B_s$  satisfacen

$$A = \sqrt{A_s^2 + B_s^2} \quad \text{y} \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{B_s}{A_s} \quad [\text{Inman 1994, p66}] \quad (4).$$

Cabe mencionar que en los valores reportados en el presente documento, la distribución de desplazamientos (o velocidades) normales de la tapa es capturada experimentalmente mediante la amplitud  $A$  y su fase  $\varphi$  con respecto a la fuerza; mientras que usando MEF, a través de  $A_s$  y  $B_s$ , debido a que al definir amortiguamiento en la estructura, la respuesta estará fuera de fase con la cargas, así que todos los resultados numéricos pueden ser expresados en notación compleja usando la identidad matemática  $Ae^{j\omega t} = A_s \cos \omega t + i B_s \sin \omega t$ .

### 3 Montaje experimental

#### 3.1 La tapa

Sobre una tapa de guitarra de 2 mm de espesor, se trazó en ambas caras una malla de líneas perpendiculares espaciadas por 2 cm. En cada punto de intersección de las líneas fue adherida cinta retrorreflectiva de aproximadamente  $1\text{mm}^2$  de área, excepto en la posición del puente. El dato (0,0) se localizó en la intersección de las dos líneas que se bisectaron, teniendo sentido positivo hacia la boca (considerado x) y hacia la derecha viendo el puente (considerado y) como se observa en los planos. La tapa fue sujeta en todo su contorno (excepto en la zona donde se le monta el diapasón) mediante una estructura de madera, construida para esa finalidad en un proyecto anterior del Laboratorio como se muestra en la Figura 2 (arriba derecha), el cual impone las condiciones de frontera para el análisis haciendo irrelevante el resto del material de la tapa. Debido a esto los planos mostrados (acotados a partir del modelo utilizado en los cálculos de MEF) no corresponden a la forma de la tapa real, sino a la de la estructura con la cual se sujeta (arriba izquierda).

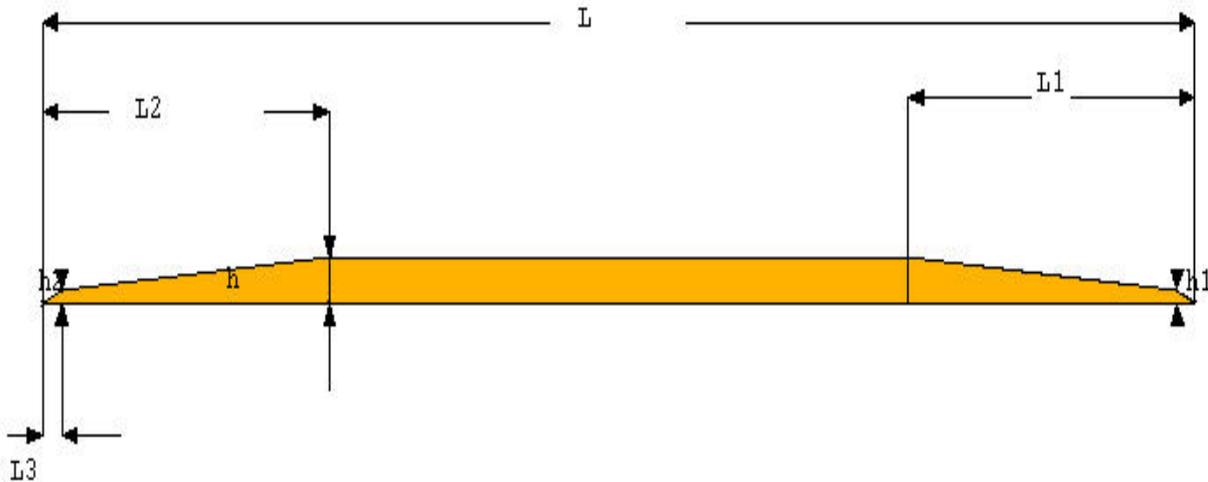


Figura 1. Parámetros para dimensionar cada barra identificada abajo a la izquierda de la Figura 2 usando la Tabla 1

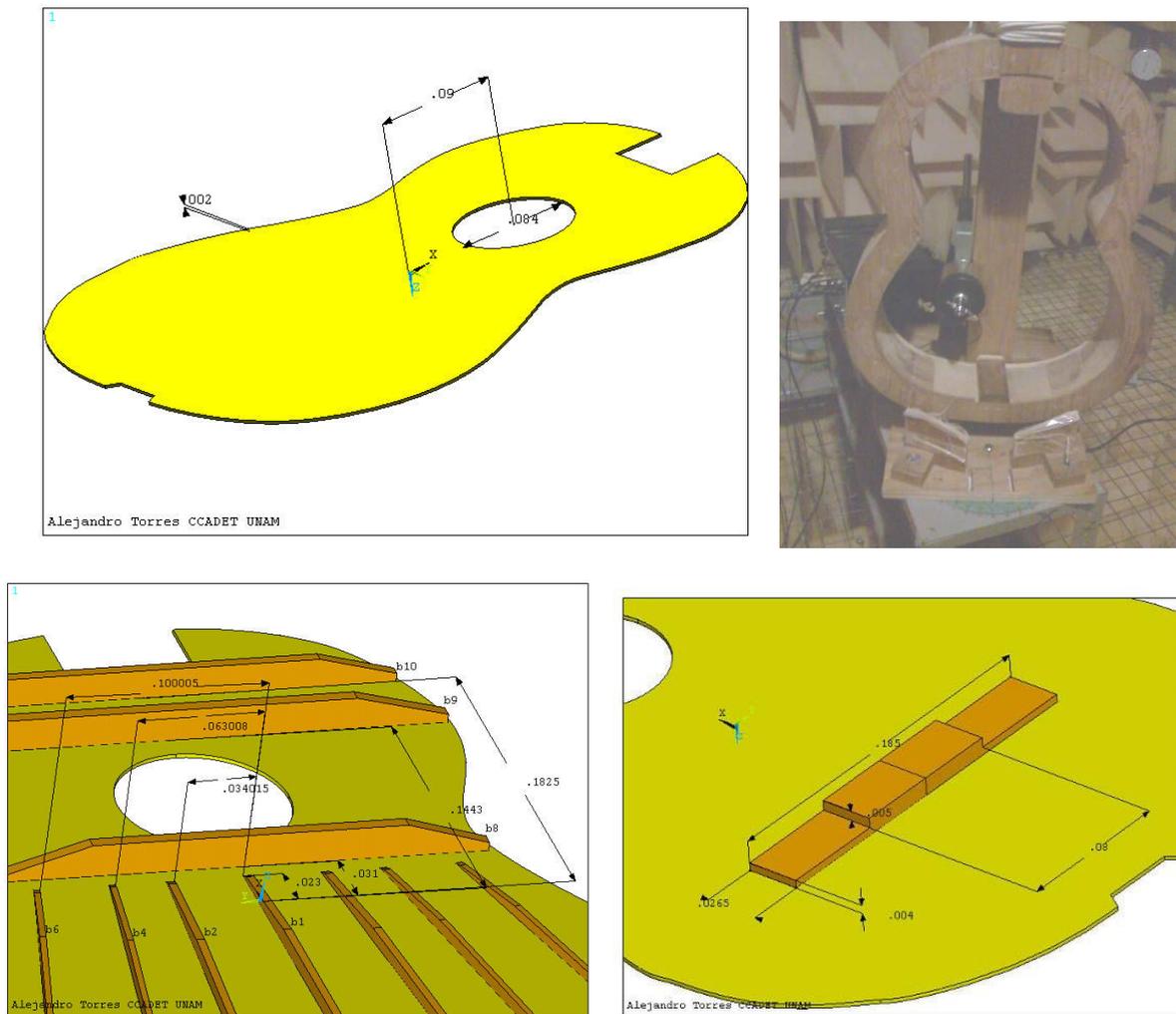


Figura 2. Planos de la tapa en metros: Contorno para el análisis (arriba izquierda) tomando en cuenta las condiciones de frontera impuestas por la estructura (arriba derecha), ubicación e identificación de las barras (abajo izquierda), y medidas del puente (abajo derecha)

Tabla 1. Dimensiones en mm de cada barra según la Figura 2 y la Figura 1.

	b1	b2	b4	b6	b8	b9	b10
h	7	6	6	5	17	16.5	15
h1	2	1.5	1.5	1	4.4	4.4	4.4
h2	2	1.5	1.5	1	4	4	4
L	239	245	233	204	237	272	249
L1	59.5	61	58.5	50	41	46	39
L2	59.5	61	55	53	41	46	39
L3	4	4	4	4	0	0	0
ANCHO	4	4	3	3	6	6	5
ÁNGULO	0	5	10	15	90	90	90
MADERA	4	4	1	1	5	1	5

### 3.2 Propiedades de las maderas

Utilizando los métodos descritos en [17] se midieron los módulos elásticos  $E_x$  y  $E_y$  para la madera de la tapa, y además con base a la calibración entre los resultados experimentales medidos de estos dos módulos de elasticidad y los modos de flexión pura simulados; se estimó el valor de  $G_{xy}$  ajustándolo en las propiedades del modelo numérico como se explica en un trabajo previo de los autores [15] y se explica brevemente a continuación.

En una placa de madera, debido a que las dimensiones longitudinal y transversal son considerablemente más grandes que la dimensión radial, y mediante la variación de cada propiedad elástica en un modelo en elemento finito con condiciones de frontera libres, se concluyó que las propiedades más relevantes para caracterizar una tapa superior de guitarra son  $E_x$ ,  $E_y$  y  $G_{xy}$ . Para obtener esta última propiedad, se identificó el modo (1,1) de la placa correspondiente a la primera frecuencia de resonancia, pues ésta es proporcional al valor buscado  $G_{xy}$  debido a que el modo presenta torsión pura. Después de obtener la frecuencia de resonancia para el primer modo de torsión pura, el dato de  $G_{xy}$  en el modelo numérico se ajustó hasta que la frecuencia del modo simulado coincidió con la experimental, lo cual no produjo cambios en la geometría del modo.

Una vez fijado el sistema de referencia de la tapa según lo descrito en la sección 3.1, los módulos elásticos se indicaron según las direcciones de los ejes x-y-z. A todas las maderas se les midió la densidad, y además, para la madera de la tapa (madera 8) se midieron  $E_x$ ,  $E_y$  y  $G_{xy}$ ;  $E_x$  y  $G_{xy}$  para la barra del puente (madera 7); y  $E_x$  para las barras del abanico (maderas 1,4,5) y las transversales (maderas 2,3,6). A partir de estos datos obtenidos para cada madera, el resto de las propiedades elásticas se aproximaron mediante el uso de tablas de datos para madera y ajustes en un modelo de MEF, y se muestran en Tabla 2. Nótese que las maderas del abanico son consideradas isotrópicas para facilitar el cálculo numérico, debido a que la dimensión longitudinal de las barras es considerablemente más grande que las otras.

Tabla 2. Propiedades de las maderas según la numeración y los ejes mostrados en la Figura 2

MADERA	1	2	3	4	5	6	7	8
DENS (kg/m <sup>3</sup> )	447.4	455.3	435.9	445.29	484.69	431.2	1153.6	330
$E_x$ (Pa)	12.1	0.7	0.7	10.9	12.3	0.7	0.7	6.6
$E_y$ (GPa)		12.5	11.1			11	13.6	0.66
$E_z$ (GPa)		0.3	0.3			0.3	0.3	0.41
$G_{yz}$ (GPa)		0.3	0.3			0.3	2.91	0.11
$G_{xy}$ (GPa)	0.3	0.05	0.1	0.3	0.3	0.1	0.1	0.77
$G_{xz}$ (GPa)		0.01	0.1			0.1	0.1	0.6
$\nu_{xy}$	0.3	0.6	0.6	0.3	0.3	0.6	0.3	0.03
$\nu_{xz}$		0.013	0.013			0.013	0.013	0.019
$\nu_{yz}$		0.025	0.025			0.025	0.025	0.33

### 3.3 Excitación y captura de los datos

Con el fin de tener control en la dirección normal de la fuerza de excitación, se utilizó un alambre delgado montado en un excitador electromagnético a través de una cabeza de fuerza [18]. Además, aquel disminuye considerablemente la influencia del excitador en el amortiguamiento del sistema, reflejado en el ancho de los picos de resonancias en las respuestas. El excitador fue montado en un cabezal de avance milimétrico con dos grados de libertad, uno perpendicular al plano de la tapa y el otro paralelo a su eje de simetría, con lo que se mejoró la repetibilidad de la posición del excitador. El punto de excitación fue el (-0,09;-0,06), justo detrás del puente, facilitando la experimentación por el hecho de que la excitación se realizó por detrás de la tapa como puede verse en la Figura 2 (arriba a la derecha).

Se midieron respuestas en el punto de excitación y de transferencia usando un transductor láser de velocidad. La movilidad en el punto de excitación se midió capturando las señales de excitación y respuesta usando un analizador digital de dos canales. Para las velocidades de los patrones de vibración de la tapa, las señales de fuerza y velocidad se enviaron a un filtro pasabajas de dos canales, con frecuencia de corte en 420Hz, para después ser visualizadas en un osciloscopio digital de tiempo real con dos canales. Sus datos de amplitud se capturaron manualmente en cada punto del mallado de la tapa, acomodándolos en una matriz creada en hoja de cálculo. La fase fue verificada con un medidor de fase entre las dos señales, y después simplemente comparando las señales en la pantalla del osciloscopio. En resonancia la fase entre la fuerza de excitación y la velocidad normal es aproximadamente  $0^\circ$  ó  $180^\circ$  excepto en puntos cerca de nodos debido al amortiguamiento; sin embargo, el despreciar este efecto debido al cambio de fase gradual de los puntos medidos, permitió agregar un signo + ó - según si las señales estaban en fase o en contrafase respectivamente. La captura de cada mallado completo llevó aproximadamente 2 horas.

### 3.4 Visualización directa de los modos de vibración

La técnica empleada es detallada en [19] y consiste básicamente en que si una superficie vibrante es iluminada por un rayo de luz láser (divergente para abarcar toda la superficie), ocurre un fenómeno de esparcimiento llamado moteado o *speckle* causado por la interferencia de un número de patrones coherentes de difracción, debido a que los desplazamientos en la superficie reflejante son grandes comparados con la longitud de onda de la luz iluminando la superficie. La localización del moteado depende fuertemente de la localización del observador, y su tamaño y forma dependen recíprocamente de la apertura del sistema de visualización. Esta visualización puede realizarse usando una cámara con una distancia focal pequeña, o directamente desenfocando la vista: en lugares donde la superficie vibra (usualmente en antinodos) se produce un patrón estático de rayado, lo cual puede ser corroborado tocando ligeramente la superficie si las dimensiones de la estructura lo permiten. El sistema de observación es enfocado en un plano en algún lugar entre la superficie vibrante y el observador (se recomienda a una tercera parte de la separación de los dos). Mientras el plano focal esta más alejado de la superficie vibrante, más pronunciado es el rayado.

Se utilizó una lente esférica de 3mm de diámetro montado a un láser verde de 350mW, para iluminar toda la tapa mientras ésta se excitaba. El láser fue colocado aproximadamente a 1.5m frente a la tapa, y las fotografías se obtuvieron con una cámara digital de 1.3 megapíxeles con enfoque manual (girando su lente) para una distancia focal de unos 0,3m. Es importante mencionar que la cámara fue colocada justo debajo del láser verde para aprovechar los reflejos puntuales producidos por el mallado de cinta retrorreflectiva, que permitió discretizar puntualmente la tapa mediante fuentes de luz considerablemente más intensas que el simple reflejo de la madera, el cual no era suficiente para fotografiar el fenómeno, aunque éste es fácilmente observable a simple vista con un poco de práctica. La Figura 3 muestra dos fotografías con distancia focal distinta de la tapa bajo las mismas condiciones de excitación, para ilustrar preliminarmente la formación del moteado: para el caso de la ubicación del foco en el plano de la tapa (izquierda), y entre el objetivo y la cámara (centro); y además muestra una fotografía con el mismo patrón de vibración visualizado mediante el método de Chladni (derecha), en el cual la arena se coloca en las líneas nodales de la superficie vibrante al ser excitada a una frecuencia de resonancia. Estos métodos, usando láser y Chladni, producen una visualización complementaria pues en el primero se visualizan los antinodos y en el segundo los nodos.

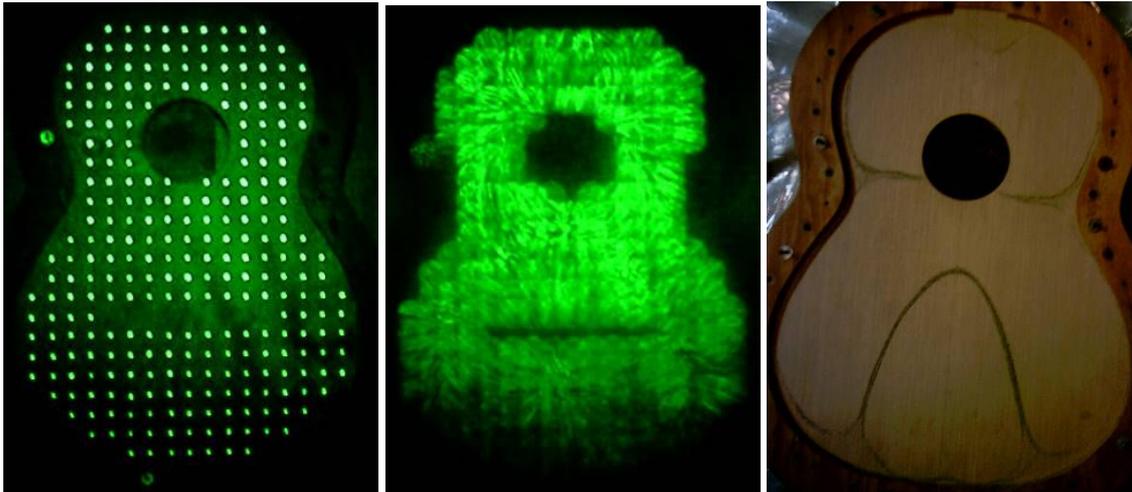


Figura 3. Fotografías de la iluminación de la tapa vibrando, con el plano de la tapa enfocado (izquierda) y desenfocado (centro), y mediante el método de Chladni (derecha).

## 4 Resultados

### 4.1 Visualización de patrones de vibración

En las siguientes figuras se muestra el patrón cuadrupolar de vibración forzada excitado por una fuerza sinusoidal normal al plano de la tapa, visualizado por tres métodos diferentes: moteado de láser, cálculo mediante MEF, y medición puntual mediante transductor láser de velocidad. Las tres representan el mismo patrón de vibración, aunque en el cálculo de MEF la frecuencia es distinta como se verá en la sección siguiente.

A la derecha de la Figura 4 se observa una fotografía del arreglo experimental iluminado por el láser de 350mW mientras se tomó la medición. Los antinodos de vibración de la tapa, se detectan en las zonas en donde las líneas del moteado cambian abruptamente de dirección. Arriba a la izquierda se muestra la visualización mediante contornos, de los datos puntuales de velocidad normal medidos por el transductor láser de velocidad, en la superficie de la tapa, la zona alrededor de la boca no fue medida debido a que su desplazamiento fue despreciable en comparación con el resto del material. Abajo a la izquierda se visualiza el cálculo de la velocidad normal obtenida mediante MEF. Los valores graficados son entonces las magnitudes de las velocidades expresadas como números complejos y en ambas gráficas de contornos, el color rojo representa el valor máximo de desplazamiento de la estructura en la dirección del eje z, el azul el valor mínimo, y el verde el cero.

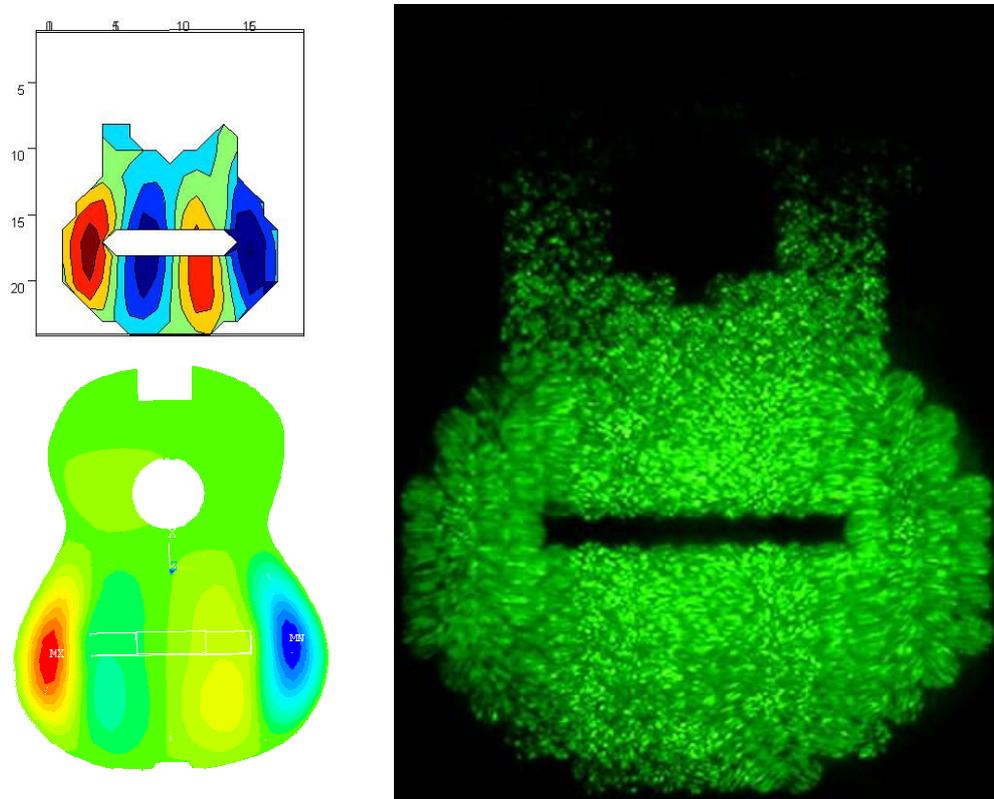


Figura 4. Visualización del patrón cuadrupolar de vibración forzada mediante datos experimentales obtenidos usando un transductor láser de velocidad (arriba izquierda), datos calculados aplicando MEF (abajo izquierda), y fotografiando el fenómeno de moteado producido por la vibración de la tapa.

#### 4.2 Calibración del modelo de MEF.

La Figura 5 muestra la movilidad normalizada del sistema obtenida experimentalmente y mediante un análisis armónico calculado usando MEF. En ambas gráficas se distinguieron los cuatro modos de vibración más bajos claramente, así que fijando la frecuencia de excitación experimental en cada pico de resonancia por separado, cada modo de vibración fue fotografiado usando la técnica descrita en la sección 3.4, y comparado con los obtenidos de la simulación del análisis armónico de la estructura, para verificar que los picos de ambas respuestas correspondieran en el orden en que aparecieron, considerando como aceptable la diferencia entre las frecuencias de resonancias de ambos métodos.

A diferencia del análisis modal, al realizar análisis armónico usando MEF se obtienen los patrones de vibración bajo las condiciones especificadas, no solamente en frecuencias de resonancia, sino en cada paso de carga de un barrido de frecuencias. La Figura 7 muestra el patrón de vibración para una frecuencia de excitación de 250 Hz, la cual no coincide con picos de resonancia en la gráfica de movilidad del sistema de la Figura 5. Este patrón se encuentra entre la transición del modo bipolar y el modo tripolar de la Figura 6.

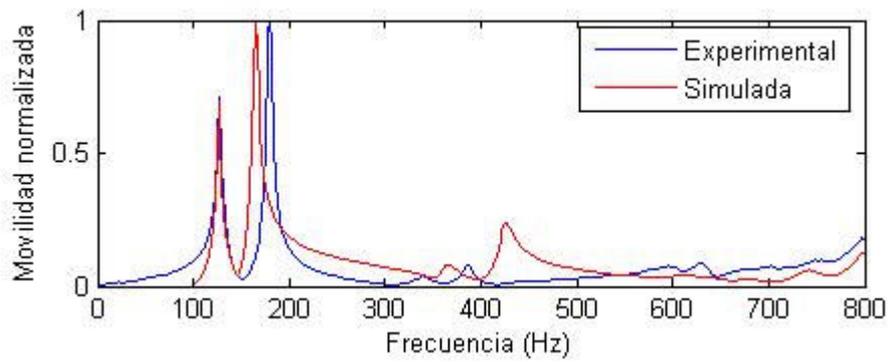


Figura 5. Movilidad experimental y simulada, en el punto de excitación (-0,09;-0,06).

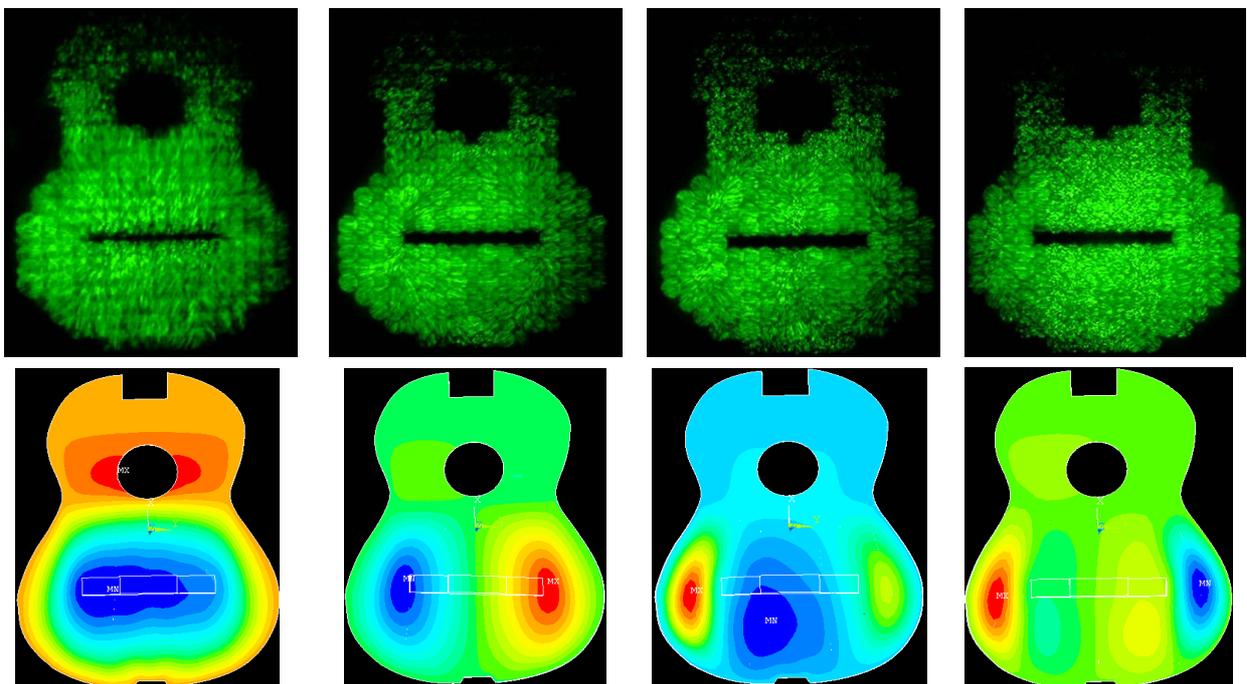


Figura 6. Patrones de vibración forzada más bajos, visualizados experimentalmente (arriba) y mediante simulación en MEF (abajo) correspondientes a las 4 resonancias más bajas de la Figura 5.

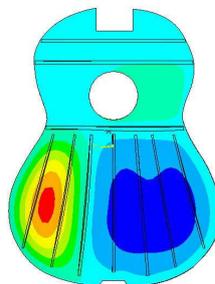


Figura 7. Simulación del patrón de vibración a 250 Hz. Tal frecuencia no hace resonar la tapa.

## 5 Conclusiones

El método de visualización directa de patrones de vibración forzada a través del reflejo de un láser verde, resultó ser útil para comparar los patrones calculados mediante MEF con un arreglo experimental. A pesar de que esta técnica no produce un mapa de amplitudes de desplazamiento, provee un método rápido (y limpio) para conocer los patrones de vibración de una superficie, que incluso puede ser suficiente para calibrar un modelo teórico al identificar el orden correcto de las resonancias y la relación entre sus amplitudes.

## Agradecimientos

El primer autor agradece a la Coordinación de Estudios de Posgrado de la UNAM por el apoyo económico recibido para el desarrollo y presentación de este trabajo.

## Referencias

- [1] Jovicic J. O ; Le role des barres de raidissement sur la table de resonance de la guitare: II. Leur effet sur les nodales de la table (etude holographique). *Acustica*, Vol. 38,1977, pp. 15-16.
- [2] Firth I.; Physics of the guitar at the Helmholtz and first top-plate resonances. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 61(2), 1977, pp. 584-590.
- [3] Boullosa R. R; The use of transient excitation for guitar frequency response testing, *CASJ*, Vol 36, 1981, pp. 411-425.
- [4] Strong W.; Beyer T. B.; Bowen D. J.; Williams E. G.;Maynard J. D.; Studying a guitar's radiation properties with nearfield holography. *Journal of Guitar Acoustics*, Vol. 6, 1982, pp. 50-59.
- [5] Marshall K.; Modal Analysis Of A Violin, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 77(2), 1985, pp. 695-709.
- [6] French M.; Lewis K.; Modal Analysis Of An Acoustic Guitar. *Proc. Int. Modal An.*, 1995.
- [7] Richardson B. E., Walker G. P.; Predictions of the sound pressure response of the guitar, *Proc. I. O. A.*, Vol. 9(3), 1987, pp. 43-46.
- [8] Bissinger G.; Some Mechanical And Acoustical Consequences Of The Violin Soundpost. *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 97(5), 1995, pp. 3154-3164.
- [9] Griffin S.; Luo H.; Hanagud S.; Acoustic Guitar Function Model including Symmetric and Asymmetric Plate Modes. *Acta Acustica united with Acustica*, Vol. 84, 1998, pp.144-152.
- [10] Ezcurra A.; Influence of the material constants on the low frequency modes of a free guitar plate. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 194(4), 1996, pp. 311-322.
- [11] Elejabarrieta M. J.; Ezcurra A., Santamaría C.; Vibrational behaviour of the guitar soundboard analysed by the finite element method. *Acta Acustica united with Acustica*, Vol. 87, 2001, pp. 24-28.
- [12] Hill T. J. W.; Richardson B. E.; Richardson S. J.; Acoustical Parameters For the Characterisation of The Classical Guitar, *Acta Acustica united with Acustica*, Vol. 90, 2004, pp. 335-348.
- [13] Bécache E.; Chaigne A.; Derveaux G.; Joly P.; Numerical Simulation of a guitar. *Computers and Structures*, Vol. 83, 2005, pp. 128-136.

- [14] Okuda A.; Ono T.; Bracing effect in a guitar top board by vibration experiment and modal analysis, *Acoust.Sci. & Tech.*, Vol. 29 (1), 2008, pp. 103-105.
- [15] Torres J. A.; *Modos de vibración simulados por computadora y experimentales de una tapa de guitarra en sus etapas de construcción*, Tesis de Maestría, CCADET UNAM, 2006.
- [16] Torres D.; *Simulación de la Microscopía de Fuerza Modulada por el Método del Elemento Finito*. Tesis de Maestría, CINVESTAV, 2005.
- [17] Caldersmith G.; Vibrations of orthotropic rectangular plates. *Acustica*, Vol. 56, 1984, pp. 34-36.
- [18] Ewins D. J; *Modal Testing: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Inglaterra, 1984, p. 99
- [19] Fernelius N.; Tome C.; Vibration Analysis Studies Using Changes Of Laser Speckle, *J. Opt.Soc.Am.*, Vol. 61(5), 1971, pp.566-572.