

## CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE ESTRUCTURAS CLD CON ALTO AMORTIGUAMIENTO

Pacs: 43.40.At

Martinez-Agirre, Manex\*; Elejabarrieta, María Jesús  
Departamento de Mecánica y Producción Industrial, Mondragon Unibertsitatea.  
Loramendi 4  
20500, Arrasate-Mondragon  
Spain  
Tel: (+34)943739729.  
Fax: (+34)943791536.  
E-mails: [mmartinez@eps.mondragon.edu](mailto:mmartinez@eps.mondragon.edu); [mjelejabarrieta@eps.mondragon.edu](mailto:mjelejabarrieta@eps.mondragon.edu)

### ABSTRACT

The use of viscoelastic materials is a simple and cost-effective way for the structural vibration and the acoustic radiation reduction, been the CLD (Constrained Layer Damping) the most effective configuration concerning the damping-weight ratio. The storage modulus and the loss factor of a CLD structure depends mainly on temperature and frequency. The standard ASTM E 756-05 proposes a forced vibration test method with resonance for the dynamical properties identification. This method presents limitations for highly damped materials characterisation due to the modal coupling effects. In this communication, modal coupling effects are analysed and a method for the correct characterisation of viscoelastically damped sandwich structures is presented.

### RESUMEN

El empleo de materiales viscoelásticos para el control de las vibraciones estructurales es una alternativa sencilla y económica de implementar, siendo la configuración CLD (*Constrained Layer Damping*) la mejor opción en cuanto a la relación amortiguamiento-peso añadido. El módulo elástico y el factor de pérdida de estas estructuras dependen, principalmente, de la temperatura y de la frecuencia. Para la caracterización de dichas propiedades, la norma ASTM E 756-05 propone una técnica basada en vibraciones forzadas con resonancia. Dicho método presenta limitaciones para la caracterización de estructuras con alto amortiguamiento debido al acoplamiento modal. En este trabajo se analiza el efecto del acoplamiento modal y se propone un método para la correcta caracterización de las propiedades dinámicas de estructuras sándwich de núcleo viscoelástico (CLD).

### 1. INTRODUCCIÓN

Los materiales viscoelásticos se utilizan habitualmente en aplicaciones de ingeniería para la reducción de las vibraciones estructurales y la radiación acústica [1]. Las propiedades de estos materiales dependen, principalmente, de la temperatura y de la frecuencia [2]. Para la definición de los modelos numéricos tanto estructurales como acústicos, se precisan de modelos matemáticos que representen dicha dependencia. Por tanto, las propiedades de los materiales viscoelásticos deben ser caracterizadas por medio de ensayos experimentales.

Existen diversas técnicas para la caracterización de las propiedades dinámicas de dichos materiales [2-4]. En este trabajo se analiza el método de vibraciones forzadas con resonancia descrita por la norma ASTM E 756-05 [5]. Sin embargo, el método de caracterización propuesto por la norma presenta serias limitaciones cuando se analizan materiales con alto amortiguamiento. Las estructuras que integran materiales viscoelásticos presentan un acoplamiento modal que afecta de forma directa al determinar las propiedades dinámicas de materiales con elevado amortiguamiento.

La norma ASTM E 756-05 establece una técnica para la identificación del módulo complejo,  $E^*$ , basada en las funciones de respuesta en frecuencia (FRF). El módulo complejo viene dado por

$$E^* = E(1+i\eta), \quad (1)$$

donde  $E$  es el módulo de almacenamiento o módulo de elasticidad, y  $\eta$  es el factor de pérdida. El módulo de almacenamiento se determina a partir de las frecuencias de resonancia, mientras que el factor de pérdida se establece mediante el *half-power bandwidth method* (HPB).

La norma establece que las FRFs deben obtenerse excitando la probeta y midiendo su respuesta por medio de transductores sin contacto para evitar toda fuente de amortiguamiento externa. Sin embargo para la excitación de la probeta mediante el transductor sin contacto, es necesario añadir un material magnético a la probeta a ensayar. Este hecho hace que la masa de la probeta analizada se vea modificada por la adición de una masa puntual. Por ello, otros autores [6] proponen modificar la excitación forzada por una excitación sísmica evitando así añadir masas puntuales.

El método descrito por la norma permite determinar con exactitud las propiedades dinámicas cuando el amortiguamiento del material es bajo, pero a medida que éste aumenta, el error cometido se incrementa. Esto se debe a que la respuesta total a la frecuencia de un modo concreto no viene dada exclusivamente por el modo en cuestión, si no que contribuyen en mayor o menor medida el resto de los modos del sistema. La función de respuesta en frecuencia,  $H_{ij}(\omega)$ , de sistemas con amortiguamiento clásico se define como la superposición de la contribución individual de cada modo,  ${}_r H_{ij}(\omega)$ , tal que

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n {}_r H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{ir}\phi_{jr}}{m_r(\lambda_r^* - \omega^2)}, \quad (2)$$

donde  $\phi_r$ ,  $\lambda_r$  y  $m_r$  son el autovector, autovalor y la masa modal, respectivamente [4].

En la Figura 1, se muestra la función de respuesta en frecuencia (receptancia) ,  $H_{ij}(\omega)$ , y la contribución de los primeros cinco modos,  ${}_r H_{ij}(\omega)$ , para el caso de bajo, Figura 1 (a), y alto amortiguamiento, Figura 1 (b).

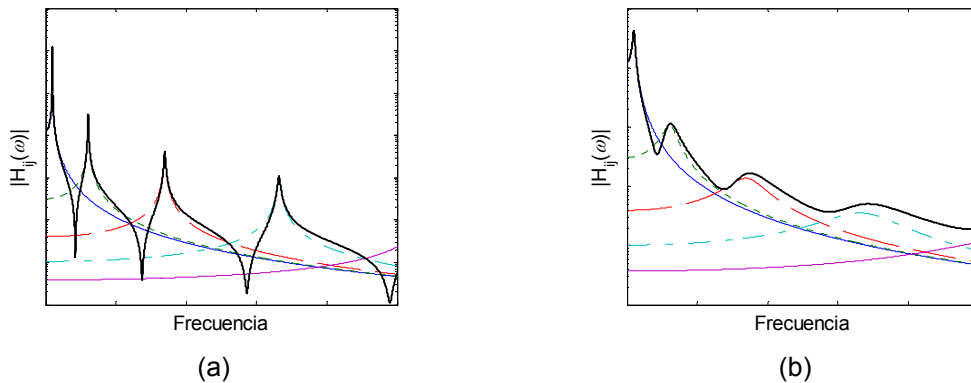


Figura 1. FRF (receptancia) con bajo (a) y alto amortiguamiento (b).

En la Figura 1 (b), se aprecia que la contribución de los modos adyacentes no es despreciable siendo dicha influencia mayor para los modos de orden superior. Además, se constata que en

las FRFs, la contribución de los modos de orden inferior en los modos de orden superior es mayor que la influencia inversa. En cambio, cuando se analizan las funciones de transmisibilidad se aprecia que el efecto es el contrario, siendo la contribución de los modos superiores en los inferiores mayor, tal y como se aprecia en la Figura 2.

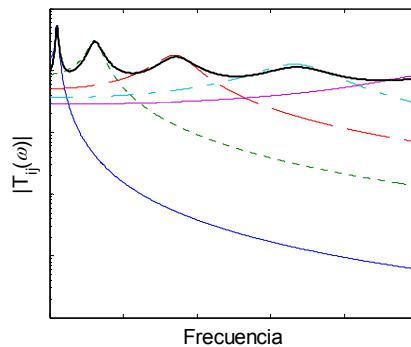


Figura 2. Función de transmisibilidad.

Tal y como se observa en la Figura 2, la contribución de los modos de orden inferior a las frecuencias de los modos de orden superior es muy pequeña. Esta propiedad hace que las funciones de transmisibilidad sean más adecuadas para la caracterización de materiales con elevado amortiguamiento que las FRFs, ya que se minimiza la influencia del acoplamiento modal. Estas funciones permiten identificar las propiedades dinámicas de los materiales viscoelásticos en un ancho de banda mayor. Por todo ello, en adelante sólo se considerarán las funciones de transmisibilidad.

A continuación se estudia el efecto que tiene la contribución modal en las funciones de transmisibilidad, y se analizan diferentes métodos existentes en la bibliografía para la determinación de las propiedades dinámicas.

## 2. CARACTERIZACIÓN DINÁMICA

En primer lugar, se analiza en detalle el efecto del acoplamiento modal en las resonancias. A modo de ejemplo, en la Figura 3 (a), se muestra cómo afecta la contribución del resto de los modos a la frecuencia de resonancia,  $\omega_r$ , y a la amplitud del modo  $r$ -ésimo.

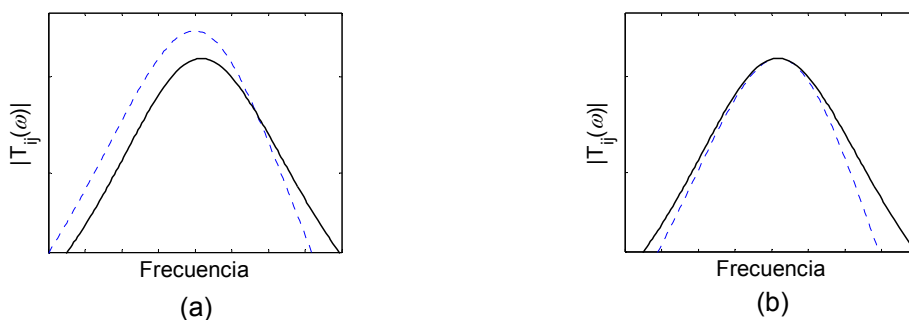


Figura 3. Función de transmisibilidad (—) y la función de contribución modal del modo  $r$ -ésimo (- - -) original (a) y desplazado (b).

En la Figura 3 (a) se constata que la contribución de los modos adyacentes es importante por la desviación que se observa en amplitud, en cambio, la desviación en frecuencia es menos acusada. Con el fin de apreciar con mayor claridad el efecto de la contribución del resto de los modos en la resonancia, se ha desplazado la función de contribución modal original (- - - en la Figura 3 (a)) del modo considerado, siendo el resultado el mostrado en la Figura 3 (b). Se observa como la contribución del resto de los modos provoca que el máximo de resonancia sea más ancho que la del modo que se pretende identificar, con lo que se sobrestima el valor del factor de pérdida modal. También se aprecia que la desviación entre las dos curvas es mayor a

frecuencias mayores a la de la frecuencia de resonancia, indicando que la contribución de los modos de orden superior es más importante que las de orden inferior. Dado que el acoplamiento modal apenas afecta a la frecuencia de resonancia (ver Figura 3 (a)), los errores inducidos en la identificación del módulo de almacenamiento se pueden despreciar. Por ello, este trabajo se centra en la identificación del factor de pérdida, donde los errores derivados del acoplamiento modal son más importantes.

A continuación se analizan las diferentes técnicas para la caracterización del factor de pérdida. La norma ASTM E 756-05 establece que el factor de pérdida debe ser determinado mediante el método HPB. El método HPB define el factor de pérdida modal como la relación entre el ancho de banda,  $\Delta\omega$ , en el que la amplitud del pico decae en 3 dB con la frecuencia de resonancia,  $\omega_r$ , tal que

$$\eta_r = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \quad (3)$$

Otro método similar al HPB es el *n dB bandwidth method* (*n dB* en adelante), en el cual se considera una caída comprendida entre 0.5 y 3 dB. Notar que el método HPB es el método *n dB* cuando se considera una caída de 3 dB. En este último método, el factor de pérdida modal se determina mediante

$$\eta_r = \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \right) \frac{\Delta\omega}{\omega_r}, \quad (4)$$

donde  $x = 10^{(n/20)}$ , siendo *n* el valor de la caída seleccionado.

El método *n dB* permite minimizar el efecto del acoplamiento modal al considerar un ancho de banda menor. En la Figura 4 se muestra una resonancia donde se han aplicado los métodos HPB y *n dB* con caídas de 2, 1 y 0.5 dB.

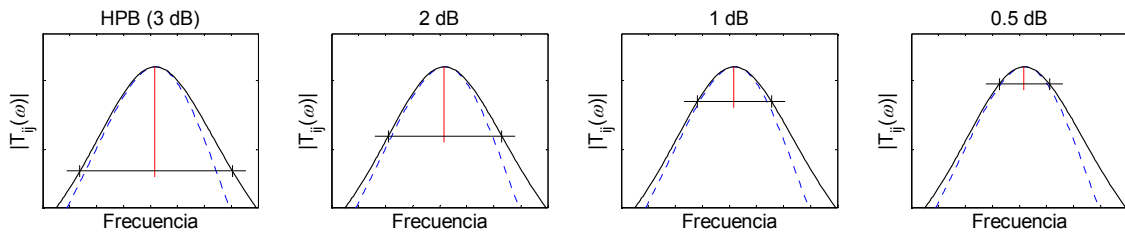


Figura 4. Métodos HPB y *n dB* con valores de 2, 1 y 0.5 dB.

Tal y como se aprecia en la Figura 4, tanto el método HPB como el método *n dB* sobreestiman el valor del factor de pérdida modal al considerar un ancho de banda mayor que el real. Se comprueba que el método *n dB* es capaz de minimizar el efecto del acoplamiento modal al abarcar un ancho de banda menor. Sin embargo este método se ve limitado cuando el amortiguamiento es alto, y no permite determinar el factor de pérdida modal con precisión en los modos de orden superior donde el efecto del acoplamiento es mayor. Este hecho hace que la banda de frecuencia donde es posible caracterizar las propiedades del material con precisión se vea limitada.

Otra alternativa que permite minimizar aún más el efecto del acoplamiento modal, es considerar los diagramas de Nyquist. Esta opción permite determinar con mayor exactitud el factor de pérdida de los modos de orden superior que el método *n dB*, haciendo posible la caracterización de las propiedades dinámicas del material en una banda de frecuencias mayor. Para ello, la función de transmisibilidad se representa en el plano complejo ( $\circ$  en la Figura 5), y se ajusta un círculo (— en la Figura 5) tomando los puntos más cercanos a la frecuencia de resonancia identificada previamente.

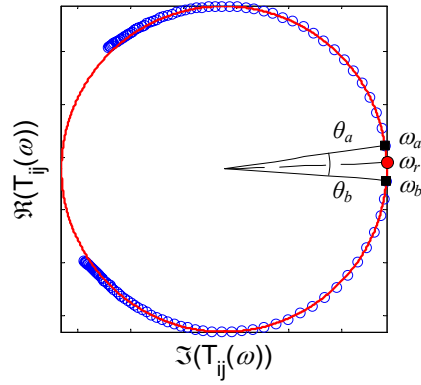


Figura 5. Diagrama Nyquist del modo  $r$ -ésimo. Círculo ajustado (—) a la función de transmisibilidad ( $\circ$ ).

Una vez ajustado el círculo a la función de transmisibilidad, el factor de pérdida se determina con los puntos más cercanos a la resonancia mediante,

$$\eta_r = \frac{\omega_a^2 - \omega_b^2}{\omega_r^2 (\tan(\theta_a/2) + \tan(\theta_b/2))}, \quad (5)$$

donde  $\omega_a$  y  $\omega_b$  son las frecuencias de los puntos adyacentes considerados y,  $\theta_a$  y  $\theta_b$  son los ángulos definidos por las líneas que unen el centro de la circunferencia con los puntos correspondientes a las frecuencias  $\omega_a$  y  $\omega_b$  (■ en Figura 5) y la línea que une el centro de la circunferencia con el punto donde se da la resonancia,  $\omega_r$ , (● en Figura 5).

Este método minimiza el efecto del acoplamiento modal al considerar las frecuencias más próximas a la resonancia, donde principalmente contribuye el modo considerado. Este método permite caracterizar materiales con alto amortiguamiento con precisión en una banda de frecuencia mayor que los métodos HPB y  $n$  dB.

### 3. APLICACIÓN NUMÉRICA

A continuación, se aplican los métodos descritos para la identificación del factor de pérdida de dos materiales con medio y alto amortiguamiento. El análisis se ha realizado sobre las funciones de transmisibilidad numéricas de una viga de 230 mm de longitud y 1.23 mm de espesor, cuya densidad es de 7628 kg/m<sup>3</sup> y el módulo elástico de 200.7 GPa constante en frecuencia. En los dos casos analizados, se ha considerado un amortiguamiento constante en frecuencia. Los resultados obtenidos mediante las diferentes técnicas se muestran en la Tabla 1 y Tabla 2.

		$\eta = 0.2$									
Modo	$\omega_r$ (Hz)	HPB (3 dB)		2 dB		1 dB		0.5 dB		Nyquist	
		$\eta$	error (%)	$\eta$	error (%)	$\eta$	error (%)	$\eta$	error (%)	$\eta$	error (%)
1	18.7	0.1985	-0.76	0.1984	-0.81	0.1983	-0.86	0.1982	-0.9	0.1981	-0.95
2	120.8	0.2004	0.19	0.1999	-0.06	0.1993	-0.34	0.1987	-0.64	0.1991	-0.45
3	338.6	0.2077	3.83	0.2054	2.7	0.2037	1.85	0.2030	1.48	0.2017	0.87
4	663.1	0.2199	9.95	0.2141	7.06	0.2101	5.05	0.2085	4.26	0.2052	2.61
5	1095.3	0.2423	21.17	0.2278	13.9	0.2193	9.66	0.2163	8.13	0.2081	4.06
6	1636.6	---	---	0.2508	25.4	0.2323	16.15	0.2266	13.31	0.2076	3.81
7	2285	---	---	---	---	0.2512	25.58	0.2404	20.18	0.2108	5.41
8	3043	---	---	---	---	---	---	0.2592	29.57	0.2100	5.01
9	3913	---	---	---	---	---	---	0.2878	43.92	0.2076	3.78
10	4895	---	---	---	---	---	---	---	---	0.2035	1.75
11	5998	---	---	---	---	---	---	---	---	0.1918	-4.08

Tabla 1. Resultados obtenidos con las diferentes técnicas considerando  $\eta = 0.2$ .

$$\eta = 0.4$$

Modo	$\omega_r$ (Hz)	HPB (3 dB)		2 dB		1 dB		0.5 dB		Nyquist	
		$\eta$	error (%)	$\eta$	error (%)	$\eta$	error (%)	$\eta$	error (%)	$\eta$	error (%)
1	19.08	0.3891	-2.72	0.3883	-2.94	0.3876	-3.11	0.3873	-3.19	0.3858	-3.55
2	121.6	0.4036	0.9	0.3992	-0.21	0.3959	-1.04	0.3943	-1.42	0.3909	-2.27
3	338.02	---	---	0.4558	13.94	0.4336	8.39	0.4262	6.54	0.4033	0.82
4	662	---	---	---	---	0.5256	31.39	0.4869	21.73	0.4083	2.07
5	1096.7	---	---	---	---	---	---	---	---	0.3994	-0.16
6	1664.7	---	---	---	---	---	---	---	---	0.3762	-5.95
7	2307	---	---	---	---	---	---	---	---	0.3536	-11.6

Tabla 2. Resultados obtenidos con las diferentes técnicas considerando  $\eta = 0.4$ .

Como se aprecia en la Tabla 1 y Tabla 2, el método  $n$  dB minimiza el efecto del acoplamiento modal permitiendo caracterizar el material en una banda de frecuencias mayor que el HPB. Sin embargo, el empleo de los diagramas de Nyquist permite minimizar aún más dicho efecto, y por ello es el método que se propone cuando el amortiguamiento es elevado y se requiere conocer el comportamiento del material a altas frecuencias.

#### 4. CONCLUSIONES

Se ha analizado la problemática que existe en la caracterización de las propiedades dinámicas de materiales con alto amortiguamiento según la norma ASTM E 756-05. Se ha constatado que los errores vienen dados por el acoplamiento modal, y se han propuesto medidas para minimizar dichos errores. Por un lado se propone utilizar funciones de transmisibilidad, ya que el efecto del acoplamiento modal es menor que en las FRFs. Por otro lado se revisan diferentes técnicas para minimizar los errores cometidos en la identificación de las propiedades dinámicas del material a partir de las funciones de transmisibilidad, especialmente del factor de pérdida. Se ha mostrado que el método  $n$  dB permite minimizar en parte el error derivado del acoplamiento modal respecto al HPB, permitiendo una correcta caracterización en una banda de frecuencias mayor. Con el objetivo de minimizar aún más el error inducido por el acoplamiento modal, se propone la caracterización del módulo complejo mediante los diagramas de Nyquist. Este último método permite caracterizar materiales con alto amortiguamiento con exactitud en una banda de frecuencias muy superior respecto al HPB.

#### 5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el proyecto TRA2007-61480/AUT financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia en el programa Investigación Científica y por la beca predoctoral BFI07.244 del Departamento de Educación del Gobierno Vasco.

#### 6. REFERENCIAS

- [1] C.T. SUN, Y.P. LU. *Vibration Damping of Structural Elements*, Prentice Hall PTR, New Jersey, 1995.
- [2] Jones, D.I.G. (2001). *Handbook of viscoelastic vibration damping*. Chichester, Gran Bretaña: John Wiley & sons.
- [3] Nashif, A.D., Jones, D.I.G., & Henderson, J.P. (1985). *Vibration damping*. New York: John Wiley & sons.
- [4] D.J. Ewins, *Modal Testing*, 2<sup>nd</sup> ed., Research Studies Press, Baldock, 2000.
- [5] ASTM E 756-05. *Standard test method for measuring vibration-damping properties of materials*. American Society for Testing, 2005.
- [6] F. Cortés and M.J. Elejabarrieta. *Viscoelastic materials characterisation using the seismic response*, *Materials and Design*, 28(7), 2054-2062, 2007.