

CONTROL DE LA DIFRACCIÓN DEL SONIDO MEDIANTE ESTRUCTURAS PERIÓDICAS

PACS: 43.25.Jh, 43.25.Ba, 43.35.Gk

A. Cebreco¹, E. Soliveres¹, V. Romero¹, R. Picó¹, I. Pérez-Arjona¹, V. Espinosa¹, J. Redondo¹, V. J. Sánchez-Morcillo¹, K. Staliunas², A. Lonni³, M. Viarouge³ y S. Martin³

¹ Instituto para la Gestión Integrada de Zonas Costeras (IGIC), Universidad Politécnica de Valencia, Escuela Politécnica Superior de Gandía. C/ Paraninf 1
46730 Grao de Gandía, Valencia, España.

Email: alcebrui@epsg.upv.es

² ICREA, Departament de Física i Enginyeria Nuclear, Universitat Politècnica de Catalunya, Colom, 11, E-08222 Terrassa, Barcelona, España

³ ENI Val de Loire, Université François Rabelais, Rue de la Chocolaterie BP 3410, F-41034 Blois cedex, Francia

ABSTRACT

The possibility of controlling the diffraction of an acoustic beam using sonic crystals is discussed in this paper. Sonic crystals are elements with a periodic distribution of the acoustic properties. First, focusing effect on three dimensional structures is discussed. We show theoretically and experimentally the existence of a frequency dependent position of the focal point. Typical parameters of a focused beam like beam width and amplitude on the focal point are characterized. High power effects in two dimensional structures are also considered, showing either numerically and experimentally simultaneous self collimation, or non-diffractive propagation of an acoustic beam for two different frequencies, corresponding to the fundamental component and its second harmonic, propagating through a sonic crystal. This effect can be observed when the isofrequency contours for each harmonic, corresponding to different bands of propagation, have flat segments along the same direction.

RESUMEN

En este trabajo se discute la posibilidad de controlar la difracción de un haz acústico empleando para ello cristales de sonido (CS), materiales con una distribución periódica de las propiedades acústicas. En primer lugar se discute el efecto de focalización en estructuras tridimensionales. Se demuestra, teórica y experimentalmente, la existencia de un punto focal cuya posición es dependiente de la frecuencia. Se caracterizan parámetros típicos de haces focalizados como la anchura y amplitud del haz en la zona focal. Asimismo se consideran efectos de alta potencia, en la estructura bidimensional, demostrando numérica y experimentalmente la autocolimación simultánea, o propagación no difractiva, de un haz ultrasónico para dos frecuencias que se propagan a través de un CS, que corresponden a la componente fundamental y a su segundo armónico. Este efecto se puede observar cuando los contornos de isofrecuencia para cada armónico, correspondientes a diferentes bandas de propagación, presentan segmentos planos a lo largo de la misma dirección.

1 INTRODUCCIÓN

La posibilidad de controlar la difracción de un haz acústico mediante el empleo de CS constituye un importante avance en numerosas aplicaciones muy utilizadas hoy en día, como la formación de imágenes en medicina (ecografía, tomografía, microscopía, etc.), el análisis no destructivo de la calidad de materiales, o el sonar en acústica submarina. Se han realizado

diferentes propuestas en el pasado con el objetivo de evitar los inconvenientes provocados por el ensanchamiento del haz acústico, la aparición de lóbulos laterales, etc, como son el uso de lentes acústicas [1] o el diseño de transductores de perfil Gaussiano [2]. Los CS son estructuras periódicas en el espacio, formadas por elementos dispersores dispuestos de una manera regular, que constituyen un medio con una modulación periódica de las propiedades acústicas. Esta característica espacial permite la posibilidad de controlar la dispersión espacial, o lo que es lo mismo, las propiedades de difracción [3, 4], permitiendo crear haces con un determinado perfil espacial, ya sea por medio de la focalización, autocolimación, o filtrado espacial de un haz incidente en el CS. La cancelación del ensanchamiento de un haz acústico por difracción o el filtrado espacial ya han sido demostrados teórica [3, 5], numérica [3], y experimentalmente, tanto para dos [6] como para tres dimensiones [7].

Una forma de explicar la difracción de un frente de ondas arbitrario consiste en la decomposición de Fourier de éste en ondas planas, que a lo largo de su propagación sufren unos desfases que dependen de los ángulos de propagación. Estos desfases en las componentes de la onda plana originan el ensanchamiento del haz por difracción. La Fig. 1a muestra la difracción de una onda debida a la propagación a través de un medio homogéneo, donde la componente longitudinal del vector de onda depende del ángulo de propagación es $k_{||} = k_z = \sqrt{|k|^2 - |k_{\perp}|^2}$, siendo $k_{\perp} = (k_x, k_y)$. En general, tal y como se verá en detalle más adelante, la difracción normal o positiva se produce cuando las curvas de frecuencia constante o isofrecuencia del vector de onda son positivas en el dominio $k = (k_x, k_y, k_z)$. La difracción negativa, representada en la Fig. 1b, significa que las superficies de isofrecuencia son convexas en el dominio del vector de onda y representan el efecto de focalización. Por último, el caso en el que no se produce difracción se representa en la Fig. 1c, donde la difracción cero, o autocolimación, ocurre para un punto determinado en el que la curvatura de las superficies de isofrecuencia es nula.

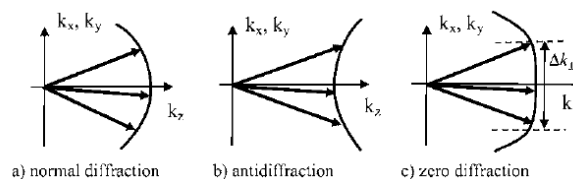


Fig. 1. Interpretación geométrica de la difracción de las ondas propagándose a lo largo del eje z: (a) difracción positiva o normal a través de materiales homogéneos; (b) difracción negativa o focalización; (c) difracción cero.

Entre los diferentes efectos originados mediante el control de la difracción, la focalización tiene un gran interés, debido entre otros factores a la posibilidad de aumentar la resolución de la imagen de la fuente provocada por el CS por encima del límite de la difracción, es decir, la mitad de la longitud de onda λ . Este efecto, que puede surgir cuando la curvatura de las curvas de dispersión o isofrecuencia es muy elevada, ha sido demostrado teórica y experimentalmente [8], y otra serie de trabajos han estudiado la aparición de la refracción negativa [9, 10, 11]. Otros aspectos importantes relacionados con la focalización son la caracterización de ciertos parámetros, como son el desplazamiento del punto focal con la frecuencia, la anchura y la amplitud del haz resultante en este punto. Estas propiedades de la focalización han sido estudiadas en 2D [12-14] y en 3D en menor medida [15]. Además, la propagación de haces acústicos detrás de un CS de 2D ha sido recientemente estudiada en [16], que emplean teorías asintóticas para explicar el desplazamiento del punto focal con la frecuencia, obteniendo gran similitud entre las predicciones realizadas numéricamente y los datos experimentales registrados. La focalización se discute en el apartado 5.1.

El efecto de autocolimación de un haz que se propaga a través de un medio modulado espacialmente ha sido recientemente demostrado tanto teórica como experimentalmente en diferentes campos, entre ellos en acústica [5, 6]. Es un fenómeno que puede observarse para diferentes tipos de ondas que se propagan en un medio modulado. Permite la propagación de haces estrechos a distancias importantes sin ensanchamiento del haz debido a la difracción. Además, la autocolimación de banda ancha podría ser un efecto deseable para algunas aplicaciones en las que aparecen implicadas varias frecuencias como son la propagación de pulsos ultracortos u ondas rápidamente moduladas, la propagación de ondas anarmónicas

(contienen varios armónicos), o la generación no lineal de armónicos en un haz estrecho. Sin embargo, este efecto se produce a una sola frecuencia, apareciendo un rango de frecuencia entorno a la frecuencia de autocolimación donde se produce una reducción considerable de la difracción y, por tanto, del ensanchamiento difractivo del haz. Este rango puede extenderse unas décimas de porcentajes de la frecuencia crítica, pero no puede abarcar una banda ancha que se extienda a los subarmónicos o armónicos superiores.

El objetivo del trabajo es mostrar por primera vez la caracterización completa del ensanchamiento de un haz acústico tras un CS de 3D basado en una estructura de tipo woodpile. Concretamente, se pretende demostrar la idoneidad del uso de teorías asintóticas para estudiar el desplazamiento del punto focal en función de la frecuencia, tal y como se ha realizado recientemente de forma satisfactoria en el caso 2D [16]. Además, se estudian otras características importantes como la anchura del haz y la amplitud del mismo. Además se demuestra numérica y experimentalmente la autocolimación simultánea de dos frecuencias en el campo de la acústica, para haces ultrasónicos propagándose a través de un CS 2D. En particular, se considera la autocolimación de la componente fundamental y el segundo armónico en la segunda y octava banda respectivamente.

2 TEORÍA

La propagación de un haz acústico en un medio modulado espacialmente se describe mediante la ecuación de ondas inhomogénea, que viene determinada por el siguiente sistema de ecuaciones lineal:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla p, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -B \nabla \cdot v, \quad (1b)$$

donde $B(r)$ es el módulo de elasticidad volumétrica, $\rho(r)$ es la densidad, $p(r, t)$ es la presión escalar, y $v(r, t)$ es el vector velocidad.

Se definen los vectores normalizados o relativos del módulo de elasticidad volúmetrica $\bar{B}(r) = B(r)/B_h$ y densidad $\bar{\rho}(r) = \rho(r)/\rho_h$, normalizados respecto a los parámetros del medio huésped. A continuación, eliminando la velocidad de las Ecs. (1), se obtiene la ecuación de ondas que describe la propagación del sonido en un medio inhomogéneo,

$$\frac{1}{\bar{B}(r)} \frac{\partial^2 p(r, \tau)}{\partial \tau^2} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\bar{\rho}(r)} \nabla p(r, \tau) \right) = 0, \quad (2)$$

donde $\tau = c_h t$ es el tiempo normalizado, que hace que la velocidad del sonido en el medio huésped c_h sea igual a la unidad, con $c_h = \sqrt{B_h/\rho_h}$. Suponiendo para los campos una dependencia temporal armónica, la presión $p(r, t) = p(r)e^{j\omega t}$, lo que sustituyendo en la Ec. (2) permite obtener la siguiente ecuación de autovalores:

$$\frac{\omega^2}{\bar{B}(r)} p(r) + \nabla \cdot \left(\frac{1}{\bar{\rho}(r)} \nabla p(r) \right) = 0, \quad (3)$$

Se considera una geometría en concreto para el análisis de la expresión anterior, Ec. (3), donde la onda acústica se propaga en un medio en dos dimensiones, formado por un array cuadrado de cilindros sólidos con su eje a lo largo de la dirección y y de radio r_0 , inmerso en un fluido como medio huésped. El entramado definido por el centro de los cilindros viene dado por los vectores de la red directa $R = \{R = n_1 a + n_2 a; n_1, n_2 \in N\}$, siendo a la distancia entre los dispersores y los vectores de la red recíproca $G = \{G: G * R = 2\pi n; n \in N\}$. Desarrollando tal y como se explica de forma detallada en [5] se obtiene la ecuación de autovalores:

$$\sum_{G'} [w^2 b_{G-G'}^{-1} - \rho_{G-G'}^{-1} (k + G) * (k + G')] p_{G'} = 0 \quad (4)$$

Resolver esta ecuación permite conocer la estructura de bandas del CS y por tanto la posible existencia de bandas prohibidas, así como los contornos isofrecuenciales.

3 ESTRUCTURA DE BANDAS

Se emplea el Método de Elementos Finitos para problemas de valores propios y dispersión y resolución de ecuaciones de autovalores, comentada anteriormente. Con ello se obtienen la relación de dispersión y la estructura de bandas. Para ello, la periodicidad del sistema se introduce en el modelo empleando el Teorema de Bloch-Floquet en los contornos de la celda unitaria, (Fig. 2a). Nótese que en este caso la repetición periódica de la celda unitaria en 3D empleando una estructura cúbica simple reproduce el CS utilizado. La estructura de bandas calculada se muestra en la Fig. 2b, y la dirección de la propagación ΓX estudiada experimentalmente se muestra sombreada. Estructuras de bandas similares han sido obtenidas recientemente para un CS con un factor de llenado superior [17].

La Fig. 2c muestra las superficies de isofrecuencia para tres frecuencias alrededor del segundo band gap. Los tres planos (k_x, k_y) , (k_y, k_z) , (k_x, k_z) muestran las secciones transversales de las curvas de isofrecuencia para $k_x = 0$, $k_y = 0$, $k_z = 0$ respectivamente. En este caso, considerando la configuración experimental, que será descrita posteriormente, el interés se centra en la dirección ΓX . Las curvas de isofrecuencia de interés se muestran en la Fig. 2d. Las curvas de frecuencias más bajas representan una situación cercana a la propagación no difractiva en el interior del CS, con líneas prácticamente planas. El resto de frecuencias cuentan con una pendiente ligeramente positiva susceptible de producir el efecto de focalización buscado.

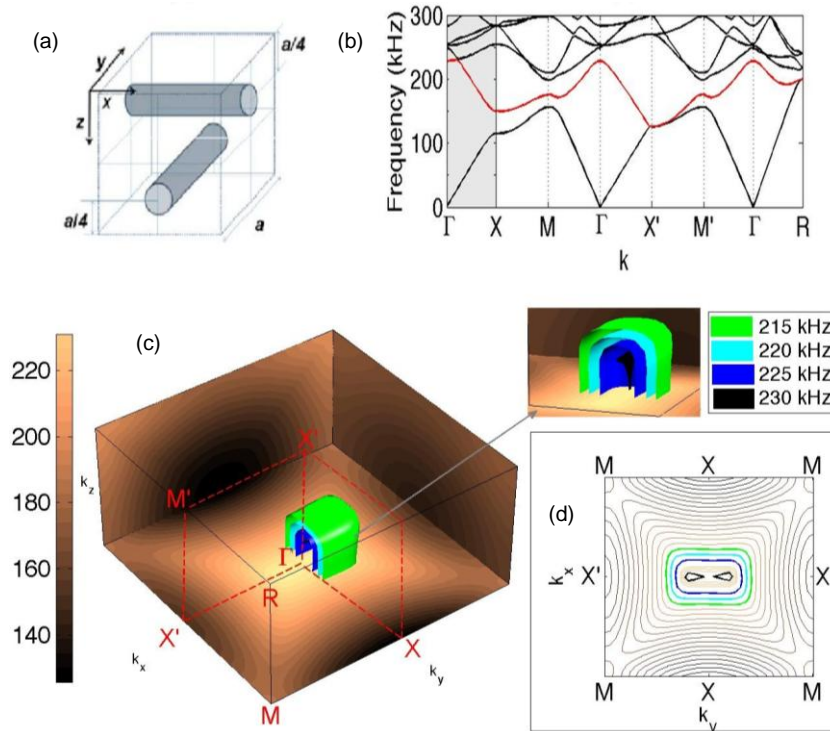


Fig. 2. (a) Celda unitaria del CS 3D, (b) Diagrama de bandas, (c) Superficies de isofrecuencia correspondientes a las frecuencias no difractivas y primera zona de Brillouin (d) Sección transversal de las superficies de dispersión.

En el caso 2D el procedimiento de cálculo empleado es el mismo, si bien las bandas empleadas en este caso son la segunda (análogamente al caso 3D) y la octava. Éstas se muestran en la Fig. 3. Estas bandas se corresponden con una onda de frecuencia w y su segundo armónico $2w$ generada en el propio transductor por efecto de no linealidad.

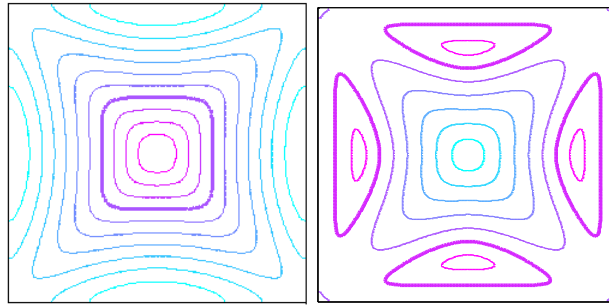


Fig. 3. Curvas de isofrecuencia del CS 2D para la 2ª y 8ª banda. Las frecuencias de autocolimación, marcadas con líneas gruesas, se sitúan en 225 y 450 kHz, respectivamente. Cada isolinea tiene una separación de 10 kHz respecto de las adyacentes.

4 MATERIALES Y MÉTODOS

4.1 Simulación

En primer lugar se simula la propagación a través del CS empleando la ecuación de onda inhomogénea y el método de elementos finitos para observar el efecto de autocolimación simultánea de dos frecuencias. Puesto que la interacción en el medio es despreciable, debido a que no se aprecia un acoplamiento de armónicos durante la propagación, se asume que la propagación es lineal y ambas frecuencias son tratadas separadamente en las simulaciones numéricas.

4.2 Montaje experimental

Se emplea un CS con simetría cuadrada, que forma una estructura 3D para el estudio de la focalización y una estructura 2D para el estudio de la autocolimación simultánea de dos frecuencias. En ambos casos el CS está formado por 20x20 cilindros de acero de radio $r = 0,8 \text{ mm}$ inmersos en agua, con una constante de red $a = 5,25 \text{ mm}$. Se obtiene el diagrama de bandas mediante el modelo Plane Wave Expansion (PWE). Para el estudio de la focalización se emplea la segunda banda y para el de la autocolimación simultánea de dos frecuencias se emplean la segunda y la octava banda, para el primer y el segundo armónico, respectivamente. Este fenómeno puede observarse cuando los contornos de isofrecuencias para cada armónico, correspondientes a diferentes bandas de propagación, presentan segmentos planos a lo largo de la misma dirección ΓX .

Las medidas se realizan empleando como fuente un transductor formado por una cerámica composite, con una frecuencia central de 200 kHz y un ancho de banda de 50 kHz, que se sitúa a 5 mm del CS. En la Fig. 4 se muestra la configuración experimental:

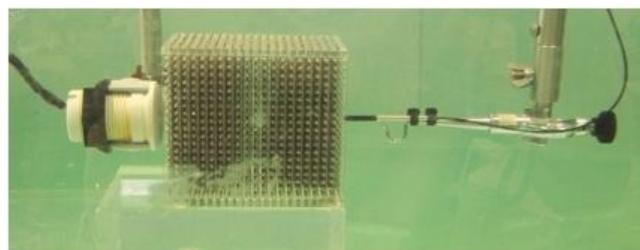


Fig. 4. Fotografía de la configuración experimental empleada.

Se miden las distribuciones espaciales del sonido a diferentes distancias más allá del CS, empleando un hidrófono miniatura de banda ancha TC4038 de Reson diseñado como hidrófono de referencia estándar para frecuencias de 100 a 500 kHz.

5 RESULTADOS

5.1 Focalización

Se pretende predecir el desplazamiento que sufre el punto focal tras el CS en función de la frecuencia. Para ello se realiza un ajuste mediante una función que permita representar este desplazamiento. Considerando la aproximación del factor de llenado bajo, $f = V_s/V_{uc} \approx O(\varepsilon^2)$, (donde V_s y V_{uc} son el volumen ocupado por el dispersor y la celda unitaria, respectivamente; ε es el parámetro de pequeñez) se obtiene una expresión que determina la distancia focal y la anchura del haz acústico en la focal, logrando una gran similitud entre la predicción teórica y los resultados experimentales. Teniendo en cuenta que las componentes espaciales se encuentran en fase en el punto focal, la distancia focal calculada desde la salida del CS obedece a la siguiente expresión:

$$z_l = -\alpha * L \left(1 - \frac{f^2}{\Delta * \Omega^3} \right) \quad (5)$$

donde z_f es la distancia focal, L es la longitud del CS, α es un factor geométrico que depende del número de banda empleado, siendo $\alpha = (1/2)^{1/2}$ y $\alpha = 1$ para primera y segunda banda, respectivamente, y $\Delta\Omega = (\Omega_g - \Omega)/\Omega_g$, con $\Omega_g = w_g a / 2\pi c_h$ la frecuencia normalizada en el band gap.

Los resultados experimentales y analíticos obtenidos sobre el comportamiento del haz acústico más allá del CS 3D se resumen en la Fig. 5. Se representa la intensidad normalizada tras el CS, en la dirección z , dependiendo de la frecuencia en la Fig. 5a. La línea continua representa el ajuste analítico de la distancia focal calculado según la Ec. 5 considerando $f = 0,146$, $L = 20a$, y $\Omega_g = 0,927$ (líneas roja y negra punteada en Fig. 2b y Fig. 5a, respectivamente, $w_g = 256 \text{ kHz}$). La Fig. 5b muestra la evolución del estrechamiento del haz en función de la frecuencia, observándose el estrechamiento de éste en el rango de frecuencias en el que se localiza la focalización. Este estrechamiento del haz se muestra en la Fig. 5c a la frecuencia de 250 kHz, donde la focalización alcanza la mayor amplitud entre los casos estudiados.

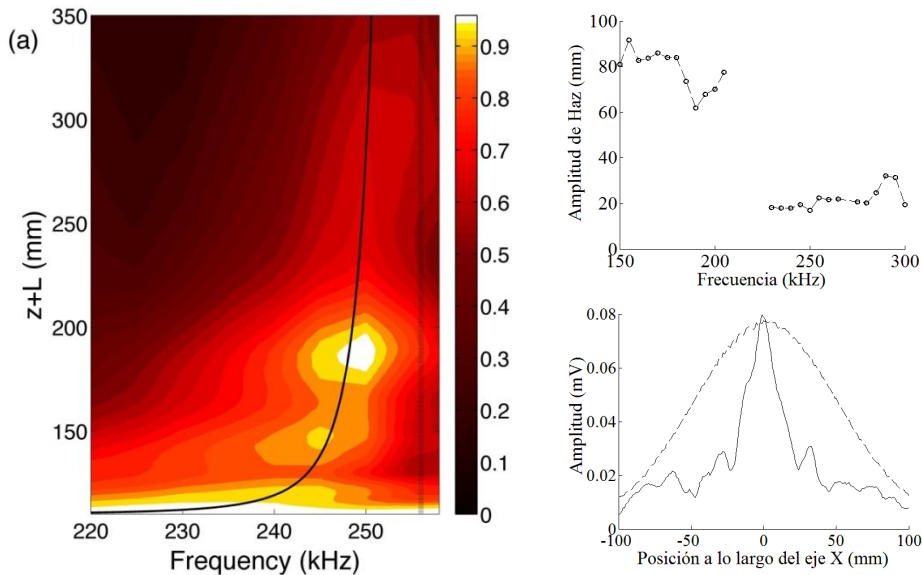


Fig. 5. (a) Isolíneas representando la distribución de intensidad en el eje de máxima radiación en el plano frecuencia-eje z (distancia a la salida del CS). La línea negra se corresponde con el ajuste teórico realizado; (b) Amplitud del haz acústico en función de la frecuencia; (c) Perfil horizontal del haz acústico en el punto focal, $f=250 \text{ kHz}$. Se representa el haz registrado con y sin CS, líneas punteada y discontinua, respectivamente.

5.2 Autocolimación simultánea de dos frecuencias

En primer lugar se simula la propagación del haz a través del CS empleando elementos finitos. En la Fig. 6 se muestra el ensanchamiento del haz autocolimado (línea sólida) de la frecuencia fundamental y el 2º armónico respecto a su propagación en campo libre (línea discontinua), a dos distancias diferentes de la cara de salida del CS. Se puede apreciar claramente la reducción del ancho del haz propagado más allá del CS, aunque se ensancha ligeramente permanece más estrecho que el haz de referencia. Se obtienen resultados similares para el primer y segundo armónico, siendo el ángulo de difracción menor para el segundo armónico. Justo a la salida del CS los órdenes de difracción más fuertes (cero y primero) se solapan, por lo que la distribución espacial del haz está fuertemente modulada. A distancias mayores los órdenes de difracción se separan, obteniendo así una distribución espacial más suavizada.

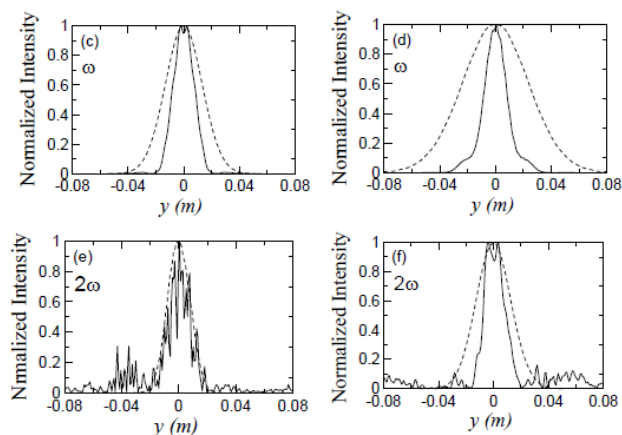


Fig. 6. Distribuciones espaciales del haz autocolimado obtenidas numéricamente, comparadas con las distribuciones en campo libre del haz de referencia. En (c) y (d) se muestran las distribuciones espaciales a la salida del CS, para la frecuencia fundamental y el segundo armónico respectivamente. En (e) y (f) se muestran las distribuciones a 115 mm de la salida del CS, para la frecuencia fundamental y el segundo armónico respectivamente.

A continuación se muestran los resultados experimentales, que concuerdan con los resultados numéricos. A la salida del CS se aprecia un estrechamiento del haz con respecto a propagación libre. Justo a la salida del CS se tiene un campo fuertemente modulado para el segundo armónico, debido al solapamiento de las componentes de difracción del haz. A mayores distancias las ondas difractadas se separan, pudiendo observar distribuciones más suavizadas.

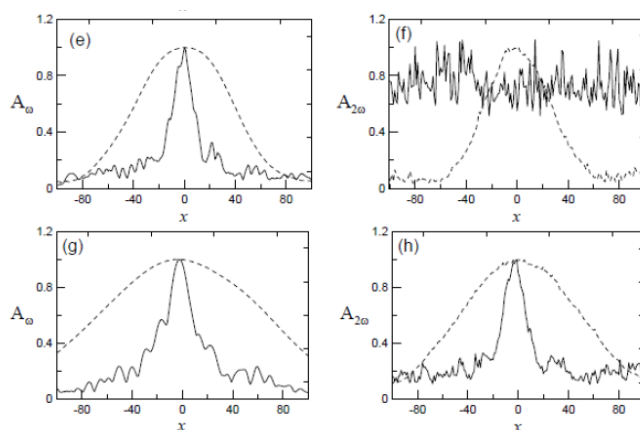


Fig. 7. Distribuciones espaciales del haz autocolimado obtenidas de forma experimental (línea sólida), comparadas con las distribuciones en campo libre del haz de referencia (línea discontinua). En (e) y (f) se muestran las distribuciones justo a la salida del CS, para la frecuencia fundamental y el segundo armónico respectivamente. En (g) y (h) se muestran las distribuciones a 115 mm de la salida del CS, para la frecuencia fundamental y el segundo armónico respectivamente.

6 CONCLUSIONES

En conclusión, se ha demostrado experimentalmente la focalización de un haz acústico tras propagarse a través de un CS de 3D. Asimismo, se demuestra el ajuste de la distancia focal, mostrando que tanto la intensidad del haz en el foco como el ensanchamiento del mismo a lo largo de la propagación dependen de la frecuencia normalizada, lo que ofrece opciones adicionales para futuras aplicaciones. Los resultados experimentales muestran una elevada concordancia con la predicción analítica realizada.

Por otro lado, se ha demostrado la autocolimación simultánea de un haz que contiene dos frecuencias, la componente fundamental y el segundo armónico. Por tanto, se puede preservar de forma precisa un haz extremadamente estrecho en la propagación a través de un CS para un determinado conjunto de frecuencias.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación y a la Unión Europea FEDER a través de los proyectos FIS2008-06024-C02-02 y -03.

REFERENCIAS

- e1] A. Karpelson, e-journal of NDT, **11**, No 11, (2006).
- [2] D. Huang and M.A. Breazale, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, **53**, 1018-1027 (2006).
- [3] R. Picó, V.J. Sánchez-Morcillo, I. Pérez-Arjona and K. Staliunas, arXiv:1003.4844v1 (2010).
- [4] J. Bucay, E. Roussel, J.O. Vasseur, P.A. Deymier, A-C. Hladky-Hennion, Y. Pennec, K. Muralidharan, B. Djafari-Rouhani and B. Dubus, Phys. Rev. B **79**, 214305 (2009).
- [5] I. Pérez-Arjona, V.J. Sánchez-Morcillo, J. Redondo, V. Espinosa and K. Staliunas, Phys. Rev. B **75**, 014304 (2007).
- [6] V. Espinosa, V.J. Sánchez-Morcillo, I. Pérez-Arjona and J. Redondo, Phys. Rev. B **76**, 140302(R) (2007).
- [7] E. Soliveres, V. Espinosa, I. Pérez-Arjona, V.J. Sánchez-Morcillo and K. Staliunas, App. Phys. Lett. **94**, 164101 (2009).
- [8] A. Sukhovich, B. Merheb, K. Muralidharan, J.O. Vasseur, Y. Pennec, P.A. Deymer and J.H. Page, Phys. Rev. Lett. **102**, 154301 (2009).
- [9] M.-H. Lu, C. Zhang, L. Feng, J. Zhao, Y.-F. Chen, Y.-W. Mao, J. Zi, Y.-Y. Zhu, S.-N. Zhu, and N.-B. Ming, Nature Mater **6**, 744 (2007).
- [10] L. Feng, X.-P. Liu, M.-H. Lu, Y.-B. Chen, Y.-F. Chen, Y.-W. Mao, J. Zi, Y.-Y. Zhu, S.-N. Zhu, and N.-B. Ming, Phys. Rev. Lett. **96**, 014301 (2006).
- [11] L. Feng, X.-P. Liu, Y.-B. Chen, Z.-P. Huang, Y.-W. Mao, Y.-F. Chen, J. Zi, and Y.-Y. Zhu, Phys. Rev. B **72**, 033108 (2005).
- [12] B.C. Gupta and Z. Ye, Phys Rev. E **67**, 036603 (2003).
- [13] M. Ke, Z.Y. Liu, C.Y. Qiu, W. Wang, J. Shi, W. Wen, and P. Sheng, Phys. Rev. B **77**, 014301 (2008).
- [14] A. Sukhovich, L. Jing, and J.H. Page, Phys. Rev. B **77**, 014301 (2008).
- [15] S.X. Yang, J.H. Page, Z.Y. Liu, M.L. Cowan, C.T. Chan, and P. Sheng, Phys. Rev. Lett. **93**, 024301 (2004).
- [16] V.J. Sánchez-Morcillo, K. Staliunas, V. Espinosa, I. Pérez-Arjona, J. Redondo, and E. Soliveres, Phys. Rev. B **80**, 134303 (2009).
- [17] L.Y. Wu and L.W. Chen, J. Phys D: Appl. Phys. **44**, 045402 (2011).