

INCERTIDUMBRE DE LOS FACTORES DE PÉRDIDAS DE ACOPLLO PARA LA TRANSMISIÓN PLACA-AIRE

PACS: 43.40.At

M^a José Fernández¹; M. Chimenomanguan²; J. López-Diez²; Francisco Simón¹

¹ CAEND – UPM/CSIC.

Serrano, 144.

28006 Madrid. España.

E-mail: mjose@caend.upm-csic.es psimon@caend.upm-csic.es.

² ETSI Aeronáuticos – UPM.

Plaza del Cardenal Cisneros s.n.,

28040 Madrid. España.

E-mail: marcos.chimeno@upm.es jesus.lopez.diez@upm.es

ABSTRACT

Determination of structural transmission through structural elements at high frequency can be done by methods based on Statistical Energy Analysis. These methods allow the development of relatively simple models valid in frequency ranges where other procedures become inoperative. A fundamental parameter in these models is the insertion loss, which quantifies the energy loss that occurs at the junction between two elements when the acoustic wave goes through it. There are mathematical expressions for a number of practical cases; however it is not uncommon that their measurement is needed. The most extended method is the Power Injection Method that reformulates fundamental equations of SEA to obtain the loss factors. But this method has drawbacks, some of them derived from the underlying numerical procedure and other related of the mensurands used for their calculation. This paper shows an estimation of the dispersion of the values of the loss factors obtained by simulating a set of tests based on the input quantities involved and the analytical relationship between them is established.

RESUMEN

La determinación de la transmisión estructural a alta frecuencia entre elementos estructurales se puede realizar mediante métodos basados en el Análisis Estadístico de Energía. Estos métodos permiten la elaboración de modelos relativamente simples válidos en unos rangos de frecuencia en los que otros procedimientos se vuelven inoperativos. Un parámetro fundamental en este tipo de modelos es la pérdida por inserción que cuantifica la pérdida de energía que se produce en la unión entre dos elementos cuando la onda acústica la atraviesa. Existen expresiones matemáticas para un buen número de casos prácticos, sin embargo no es raro que surja la necesidad de su medición. Para ello el método más extendido es el método de inyección de potencia que reformula las ecuaciones fundamentales del método para que sea posible la extracción de los citados factores de pérdidas. Sin embargo éste método plantea problemas, algunos de ellos derivados del procedimiento numérico que subyace y otros derivados de los mensurandos utilizados para su cálculo. En este trabajo se muestra una estimación de la dispersión de los valores de los factores de pérdidas obtenidos mediante la

simulación de un conjunto de ensayos en función de las magnitudes de entrada al modelo estableciéndose una relación analítica entre ellos.

INTRODUCCIÓN

El comportamiento mecánico de los distintos elementos - ya sean estructuras o fluidos - que forman un sistema es gran interés en el campo de la acústica y en especial en acústica arquitectónica, donde se presentan relaciones entre distintos tipos de elementos y cuyas respuestas determinan las condiciones acústicas de las diferentes partes que conforman un edificio. En trabajos anteriores [1] [2] se han realizado estudios de la incertidumbre presente en el cálculo de los factores de pérdidas de acoplo de estructuras sencillas. Es interesante comprobar si las conclusiones obtenidas para estas estructuras, también son aplicables al comportamiento de estructuras formadas por dos tipos de elementos de diferente naturaleza. En este trabajo, se analiza el comportamiento de una estructura inmersa en un fluido (aire), desde un punto de vista puramente teórico.

En el estudio de las vibraciones de una estructura se suelen utilizar métodos matemáticos deterministas (FEM, BEM). Estos métodos de gran utilidad, se vuelven engorrosos cuando el número de modos es elevado, lo que ocurre a altas frecuencias. En estos casos se recurre a métodos estadísticos como es el análisis estadístico de energía (SEA), en el que se utilizan valores medios de los diferentes parámetros que determinaran el comportamiento dinámico de la estructura [3].

El método SEA considera como magnitud fundamental la densidad de energía modal que se disipa o se intercambia entre los distintos elementos que forman el sistema. La principal ventaja de este método es poder estudiar sistemas complejos con la mínima información sobre ellos; pero con la desventaja de desconocer como afectarán en su comportamiento, pequeñas variaciones en las propiedades del material, etc.

El primer paso para estudiar un sistema por el método SEA es dividirlo en los subsistemas necesarios, estos subsistemas deberán tener las mismas propiedades y misma energía modal en toda la banda, puesto que el SEA se basa en la posibilidad de intercambiar energía entre los modos de los distintos elementos que forman la configuración del sistema completo en estudio. Una vez determinados los subsistemas se analiza el intercambio de energía entre ellos y la disipada por cada uno de los subsistemas. En la figura 1 se representa un modelo SEA para el caso de dos subsistemas.

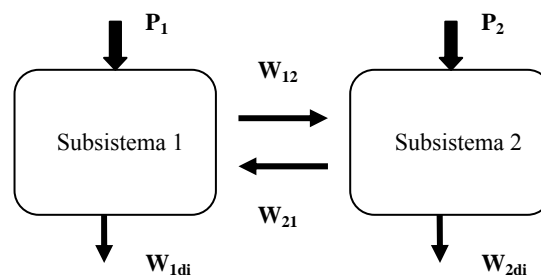


Fig 1. Esquema básico de un modelo SEA con dos subsistemas.

Uno de los principios en que se basa este método es que el flujo de potencia tanto intercambiado entre los subsistemas como el disipado son proporcionales a la densidad de energía modal, estos factores de proporcionalidad son los denominados factores de pérdidas de acoplo o internos. Las ecuaciones que determinan el comportamiento de los subsistemas son:

$$P_i = \omega E_i \sum_{j=1}^N \eta_{ij} - \omega \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N E_j \eta_{ji} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

Donde P_i es la potencia inyectada en el subsistema i , ω es la frecuencia angular, E_i es la energía total del subsistema i , E_j es la energía total del subsistema j , η_i es el factor de pérdidas interno y η_{ij} es el factor de pérdidas de acoplo entre los subsistemas i y j .

Un estudio según el SEA, supone conocidos los factores de pérdidas internos y de acoplo, así para una determinada potencia inyectada, se puede predecir la energía de los subsistemas. Pero, en general y sobre todo experimentalmente el problema es el inverso los factores de pérdidas no son conocidos o sólo se conoce una parte de ellos, mientras que las energías y la potencia inyectada pueden ser conocidas.

Se han desarrollado varios métodos para realizar este tipo de cálculos, uno de ellos es el método de inyección de potencia (PIM), el cual consiste en ir excitando consecutivamente cada subsistema y midiendo las energías en todos los subsistemas que conformen el sistema en estudio [4] [5]. Este es el método que se va a valorar en este trabajo.

MÉTODO

El objetivo de este trabajo es la determinación del valor de la incertidumbre que se genera al hacer un estudio de factores de pérdidas de dos subsistemas de distinta naturaleza. Para ello se utiliza el método de Monte Carlo, generando 5000 muestras y considerando una distribución Gaussiana. Las variables de entrada son las potencias inyectadas en ambos subsistemas y las energías de la placa y de la cámara.

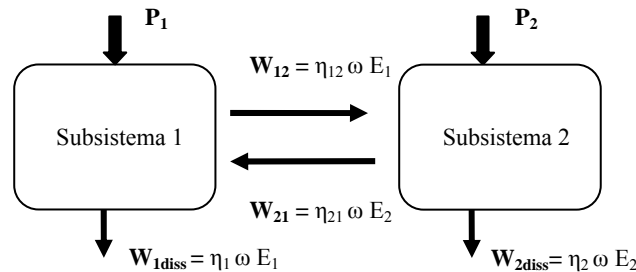


Fig 2. Modelo SEA con dos subsistemas.

Como ya se ha apuntado, se utiliza el modelo SEA y el método de inyección de potencia (fig.2), obteniéndose las siguientes ecuaciones de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} E_{11} & 0 & E_{11} & -E_{21} \\ 0 & E_{21} & -E_{11} & E_{21} \\ E_{12} & 0 & E_{12} & -E_{22} \\ 0 & E_{22} & -E_{12} & E_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{11} \\ \eta_{22} \\ \eta_{12} \\ \eta_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1/\omega \\ 0 \\ 0 \\ P_2/\omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

Donde E_{ij} es la energía del subsistema i cuando se excita el sistema j ; η_{ii} son los factores de pérdidas internos del subsistema i y η_{ij} son los factores de pérdidas de acoplo del subsistema i y el j . Y P_i es la potencia inyectada en el subsistema i .

El cálculo de la matriz de energías puede presentar problemas de condicionamiento debido a la diferencia de magnitud entre la energía disipada por cada subsistema y la intercambiada, para

evitar estos problemas se puede utilizar al método desarrollado por Lalor [6]. Este método diferencia los cálculos correspondientes a los factores de pérdidas internos y los de acoplo. Para dos subsistemas se tienen.

$$\eta_{12} = \frac{P_2}{\omega E_{22} A} \quad \text{Donde } A = \frac{E_{11}}{E_{21}} - \frac{E_{12}}{E_{22}} \quad (3a)$$

$$\eta_{21} = \frac{P_1}{\omega E_{11} B} \quad \text{Donde } B = \frac{E_{22}}{E_{12}} - \frac{E_{21}}{E_{11}} \quad (3b)$$

$$\eta_{11} = \frac{P_1}{\omega E_{11}} - \frac{\eta_{22} E_{21}}{E_{11}} \quad (3c)$$

$$\eta_{22} = \frac{\left(\frac{P_2}{\omega} - \frac{P_1 E_{12}}{\omega E_{11}} \right) E_{11}}{(E_{11} E_{22} - E_{21} E_{12})} \quad (3d)$$

Junto a estas ecuaciones se utiliza la relación fundamental existente entre los factores de pérdidas de acoplo:

$$\eta_{ji} = \frac{n_i}{n_j} \eta_{ij} \quad (4)$$

Con estas ecuaciones como base, en este trabajo se desarrolla un modelo de Monte Carlo de 5000 elementos donde los parámetros de entrada son las energías y las potencias tanto de la cámara como de la placa. Este modelo permitirá determinar las incertidumbres en los factores de pérdidas correspondientes.

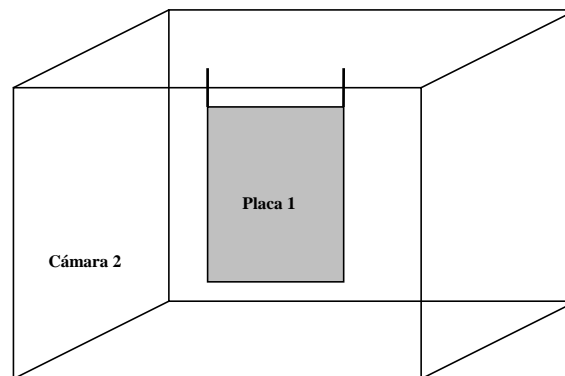


Fig 3. Esquema del experimento analizado.

Se supone un experimento formado por una placa de aluminio de dimensiones $1.60 \times 1 \times 0.003 \text{ m}$ de densidad 2621.5 Kg m^{-3} , con su frecuencia crítica en 4281 Hz , una densidad de modos de 0.1848 modos/ Hz y con un factor de pérdidas interno de 0.01 . Esta placa está situada en una cámara reverberante de 200 m^3 cuyo tiempo de reverberación es el mostrado en la *tabla 1*, a partir de estos valores se determina el factor de pérdidas del fluido, en este caso el aire. En la *figura 3* se muestra un esquema de la situación analizada.

Tabla1

Frec (Hz)	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000
Tr (s)	4.54	3.83	4.3	3.41	3.17	3.33	3.73	3.88	3.69	3.9	3.66

Frec (Hz)	1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000	6300	8000	10000
Tr (s)	3.48	3.41	3.25	3.19	2.83	2.31	1.98	1.38	0.98	0.79

RESULTADOS

Se consideran distintos valores de dispersión relativa para las cuatro variables de entrada del modelo, estos valores para las energías son de 0 a 0.20 para la placa y de 0 a 0.22 para la cámara, siendo los valores de la potencia de 0 a 0.26 y de 0 a 0.24 respectivamente.

En la figura 4 y 5 se representan los resultados de los factores de pérdidas de acoplo placa-aire (12) aire-placa (21) para los diferentes valores de dispersión de las energías y de las

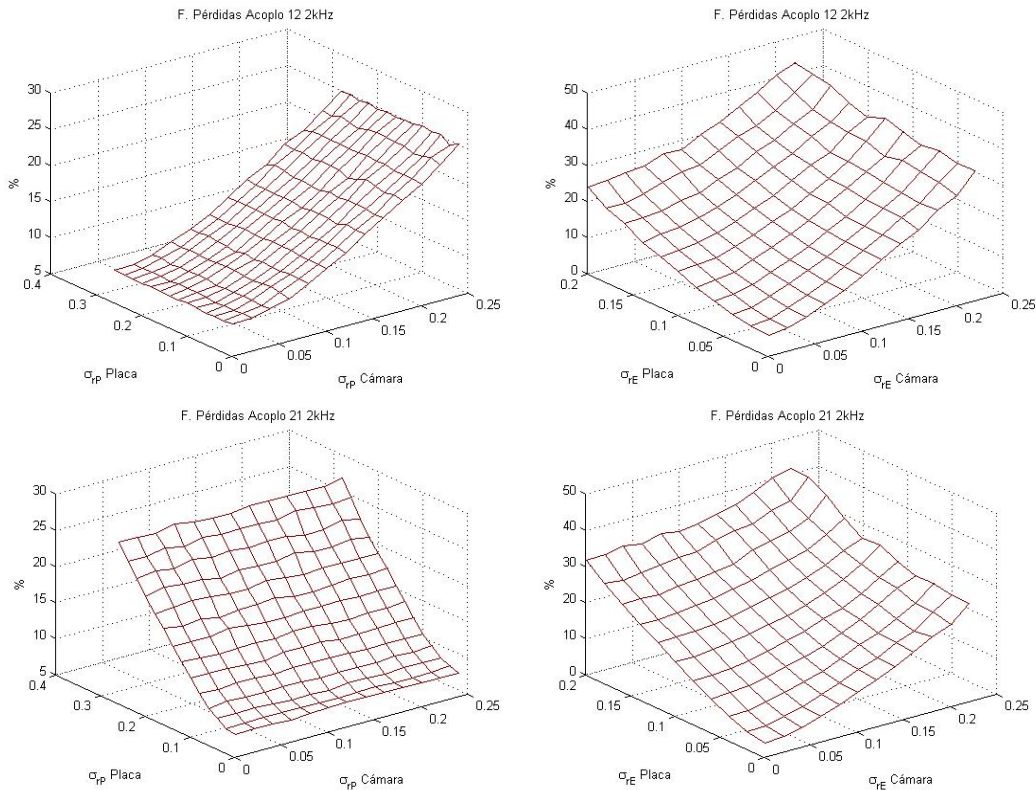
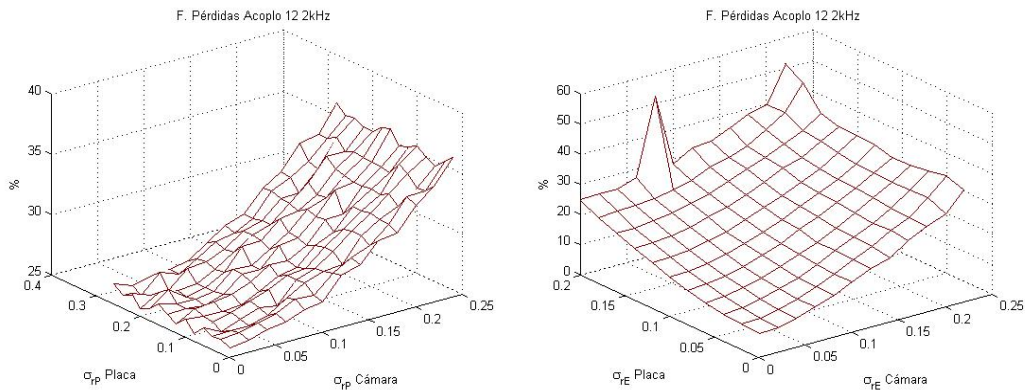


Fig 4. Incertidumbre relativa de los CLF para 2kHz.

$$\sigma_{rEp} = 0.04, \sigma_{rEc} = 0.06; \sigma_{rPp} = 0.04, \sigma_{rPc} = 0.06$$



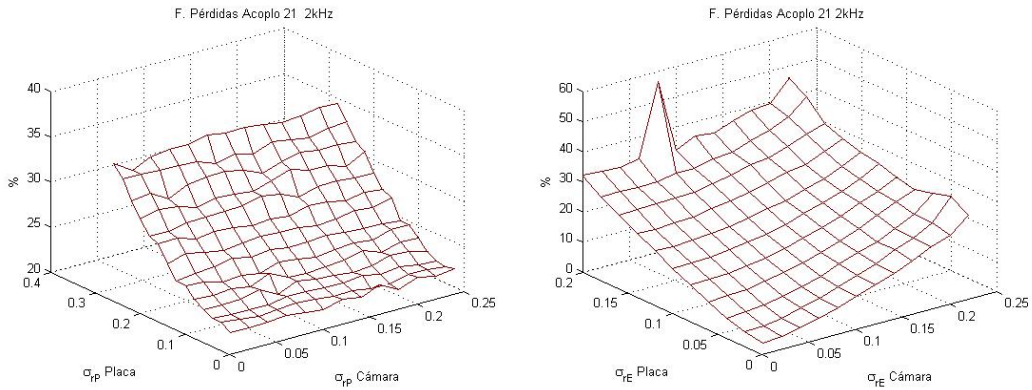


Fig 5. Incertidumbre relativa de los CLF para 2kHz.
 $\sigma_{rEp} = 0.1, \sigma_{rEc} = 0.16; \sigma_{rPp} = 0.04, \sigma_{rPc} = 0.08$

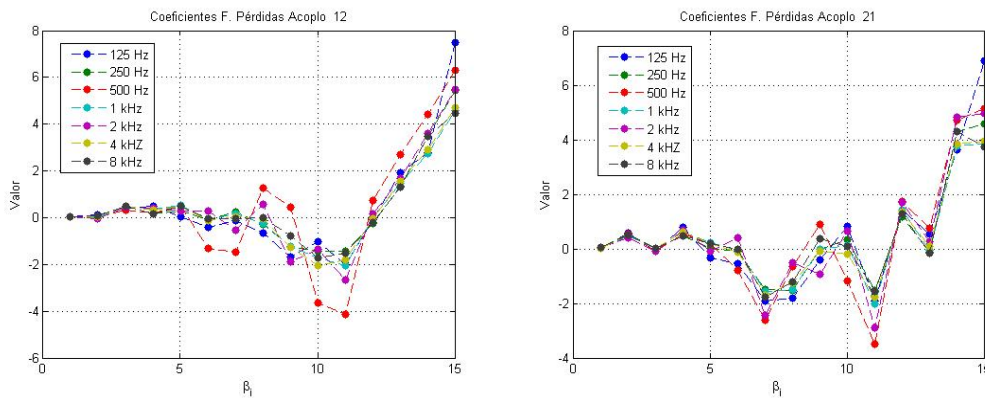


Fig 6. Coeficientes de ajuste de los CLF en octavas.

potencias, para la octava de 2kHz dados los valores de la dispersión de las potencias y energías. En estas figuras se puede observar que cuando se analiza el factor de pérdidas de acoplo entre la placa y la cámara le afecta más la incertidumbre en la medición de la potencia de la cámara, mientras que la dispersión en la medida de la potencia de la placa se mantiene aproximadamente constante. Lo contrario ocurre en el caso de que se pretenda determinar el factor de acoplo entre la cámara y la placa.

Las incertidumbres en las energías, tanto de la cámara como de la placa, influyen notablemente en ambos factores de acoplo. En general la influencia de la incertidumbre en la energía en los factores de pérdidas de acoplo es más importante que la incertidumbre en la potencia.

Como se aprecia en las figuras anteriores la incertidumbre de los factores de pérdidas de acoplo forman una superficie que puede ser ajustada por medio de una superficie cuadrática determinada por la ecuación 5. En la figura 6 se representan los valores de los coeficientes para los factores de pérdidas de acoplo para las distintas octavas

$$\begin{aligned}
 u_{\eta}(\sigma_{rPp}, \sigma_{rPc}, \sigma_{rEp}, \sigma_{rEc}) &= \beta_{15}\sigma_{rEp}^2 + \beta_{14}\sigma_{rEc}^2 + \beta_{13}\sigma_{rPc}^2 + \beta_{12}\sigma_{rPp}^2 + \beta_{11}\sigma_{rEc}\sigma_{rEp} \\
 &+ \beta_{10}\sigma_{rEp}\sigma_{rPc} + \beta_9\sigma_{rPc}\sigma_{rEc} + \beta_8\sigma_{rPp}\sigma_{rEp} + \beta_7\sigma_{rPp}\sigma_{rEc} \\
 &+ \beta_6\sigma_{rPp}\sigma_{rPc} + \beta_5\sigma_{rEp} + \beta_4\sigma_{rEc} + \beta_3\sigma_{rPc} + \beta_2\sigma_{rPp} + \beta_1
 \end{aligned} \tag{5}$$

Utilizando los valores correspondientes a 2 kHz se obtienen las superficies de ajuste de la figura 7, las cuales se ajustan adecuadamente a los valores teóricos obtenidos

CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo de incertidumbre de los factores de pérdidas, para sistemas formados por dos subsistemas de diferentes características, (placa-aire).

Además se ha calculado una función de incertidumbre de los factores de pérdidas de acoplo que depende de las incertidumbres relativas tanto de la energía como de la potencia de los dos sistemas estudiados.

Se ha visto como la influencia de la energía en la incertidumbre en los factores de pérdidas es más relevante.

Por último el modelo de incertidumbre genera una superficie cuadrática cuyos coeficientes son fácilmente calculables mediante métodos habituales de ajuste.

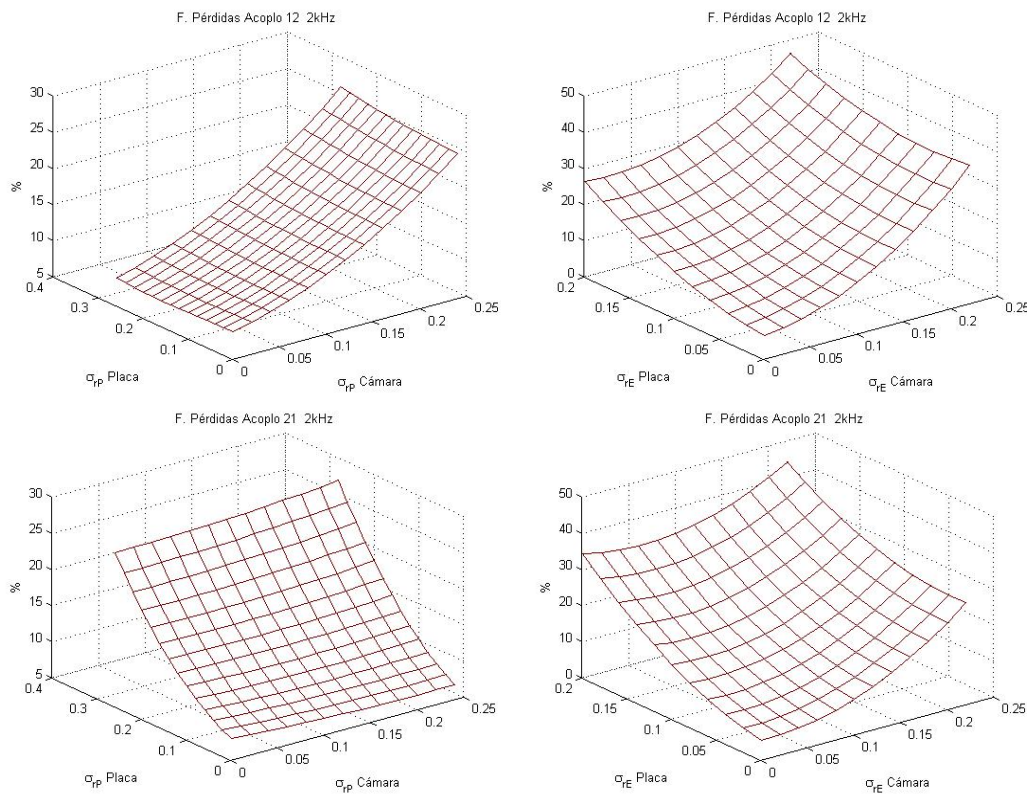


Fig 7. Incertidumbre de los CLF para 2kHz.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido en parte financiado por el MICINN nº BIA2009-11753

BIBLIOGRAFÍA

- [1] M.J. Fernández, M. Chimenomanguán, J. López-Díez, F. Simón. "Monte Carlo model of the uncertainty of SEA loss factors". 20th International Congress on Acoustics. ICA 2010.
- [2] M.J. Fernández, F. Simón. "Uncertainty in the measurement of coupling loss factors using the power injection method". 39th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, Internoise 2010.

- [3] R.H. Lyon. "*Statistical energy analysis of dynamical systems: Theory and application*". Cambridge MHSS: MIT Press. 1975
- [4] M. Carfagni and M. Pierini. "*Determining the Loss Factor by the Power Input Method (PIM): Numerical Investigation*". J. Vibr. Acoust. 121. 417-421.
- [5] M. Carfagni and M. Pierini. "*Determining the Loss Factor by the Power Input Method (PIM): Experimental Investigation with Impact Hammer Excitation*". J. Vibr. Acoust. 121. 422-428
- [6] N. Lalor. "*The evaluation of SEA coupling loss factor directly from vibration measurements*". ISVR789.1996.