



# UN MODELO INTEGRADO DE TRÁFICO Y RUIDO PARA LA EVALUACIÓN DEL IMPACTO ACÚSTICO EN CIUDADES CON AUTOPISTAS

Víctor H. Cortínez<sup>1,2,3</sup>, Patricia N. Dominguez<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional, Bahía Blanca, Argentina. [vcortine@frbb.utn.edu.ar](mailto:vcortine@frbb.utn.edu.ar), [pdoming@uns.edu.ar](mailto:pdoming@uns.edu.ar)

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería, Universidad nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina.

<sup>3</sup> Consejo de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina

## Resumen

Se presenta un modelo computacional integrado de tráfico y ruido para realizar la evaluación de impacto acústico urbano. El modelo de tráfico desarrollado hace posible la estimación del flujo vehicular y la velocidad media de circulación en cada arteria de la ciudad en condiciones de congestión. Tales magnitudes son fundamentales para la predicción sonora.

El modelo acústico empleado se basa en la teoría desarrollada por Davies y Lyon para ambientes urbanos en condiciones reverberantes variables espacialmente. Asimismo se emplean fórmulas predictivas para la evaluación de ruido en autopistas.

Las ecuaciones gobernantes del problema acoplado son resueltas convenientemente mediante el método de los elementos finitos. Se presentan ejemplos numéricos para mostrar la aplicabilidad del modelo propuesto.

**Palabras-clave:** ruido de tráfico, ciudades con autopistas, modelo de asignación, modelo de propagación acústica.

## Abstract

An integrated computational model for the assessment of urban traffic noise impact is presented. The developed traffic model makes it possible the estimation of vehicular flows and mean velocities on each link of the city under congestion conditions. Such magnitudes are fundamental for the noise predictions.

The acoustic model employed is based on the theory developed by Davies and Lyon for urban environments in spatially variable reverberant conditions. On the other hand, predictive formulas are employed for traffic noise assessment in freeways.

The governing equations of the coupled problem are conveniently solved by means of the finite element method. Numerical examples are presented to show the applicability of the proposed model.

**Keywords:** traffic noise, cities with freeways, model of assignment, model of acoustical propagation.

**PACS no.** 43.50.Lj, 43.50.Sr

## 1 Introducción

A efectos de analizar el impacto acústico en diferentes zonas de una ciudad debido a modificaciones en la red de transporte, tales como incorporación de carriles exclusivos para transporte público o



instalación de semáforos, es necesario integrar un modelo que permita estimar los flujos vehiculares en las arterias de interés con enfoque de predicción de ruido. Estos últimos permiten relacionar diversos indicadores de ruido con el flujo vehicular y otras variables asociadas. Se han desarrollado metodologías precisas basadas en la solución numérica de la ecuación de ondas acústicas [1] o en el uso del método de trazado de rayos [2] en el rango de alta frecuencia. Si bien tales alternativas son viables para analizar una región localizada del medio urbano (abarcando unas pocas manzanas), su costo computacional es tremendamente alto para la modelación de una gran porción de la ciudad, o eventualmente la ciudad entera. Por esta razón se han desarrollado diversas expresiones empíricas simplificadas [3, 4]. Más allá de la utilidad de estas últimas, el hecho de no incorporar de manera más detallada la física de propagación acústica puede conducir a errores de predicción de importancia. Un modelo interesante que balancea adecuadamente la descripción física del fenómeno y la simplicidad del cálculo es aquel desarrollado por Davies y Lyon [5]. Esta teoría considera las principales características geométricas de un cañón urbano así como sus características de absorción y se basa en una teoría de campo reverberante. En su artículo, Davies y Lyon [5] desarrollaron a partir de tal enfoque una fórmula analítica que produjo resultados adecuados para evaluar el ruido vehicular en ciudades. Sin embargo, este modelo puede aún ser utilizado de una manera más efectiva analizándolo desde la perspectiva de un modelo numérico más apropiado. Este aspecto es el que se considera en este trabajo. Tal enfoque se utiliza para analizar el ruido en los cañones urbanos y se complementa con fórmulas predictivas convencionales para estimación del ruido en autopistas [6].

La predicción del ruido de tráfico debe ir necesariamente precedida por la estimación del flujo vehicular resultante de alguna modificación realizada en la red de transporte.

La teoría que permite efectuar una predicción de flujos vehiculares promediados en diferentes tramos de una red de transporte se basa en el primer principio de Wardrop [7]. Éste establece que el comportamiento social de los conductores al seleccionar su propio camino es la intención de minimizar su tiempo de viaje (al menos esto es así para los viajes realizados en forma frecuente). Este principio conduce a un problema de optimización de gran escala tal como el formulado por Beckmann et al. [8] que permite determinar los flujos en diferentes arterias conociendo la cantidad de viajes que deben realizarse entre diferentes orígenes y destinos dentro de una ciudad así como la infraestructura disponible.

La solución numérica para analizar ciudades grandes requiere un gran esfuerzo computacional [9]. Por tal motivo, se han desarrollado nuevos modelos que conciben a la red de transporte de una ciudad como un medio continuo equivalente. Esta alternativa puede formularse a partir de un sistema de ecuaciones diferenciales a derivadas parciales que puede ser ventajosamente resuelto mediante conocidas técnicas computacionales tales como el método de elementos finitos [10-13]. Recientemente se ha desarrollado un nuevo modelo continuo bidimensional de tráfico [14] que contempla las posibles características anisótropas de la red de transporte urbano. Tal enfoque fue generalizado para considerar ciudades con autopistas [15-16] y ha sido utilizado como base para diseño óptimo de redes de transporte [17].

En este trabajo se presenta un modelo integrado para el estudio de tráfico y el consecuente efecto acústico urbano. El modelo de tráfico se basa en la nueva formulación de aquel presentado por Cortínez y Dominguez [14-16]. Esta propuesta constituye una extensión de modelos desarrollados previamente por los autores [18]. A diferencia de aquel, el presente enfoque permite considerar ciudades con autopistas y diferentes clases de usuarios.

Ambos problemas, el de tráfico y el de ruido, se resuelven mediante el método de Elementos Finitos. Se desarrollan algunos ejemplos a fin de ilustrar acerca de las posibilidades del enfoque propuesto.

## 2 Modelo de ruido urbano

### 2.1 Teoría de Davies y Lyon: ruido en cañones urbanos

Davies y Lyon [5], desarrollaron un modelo acústico aplicable a espacios semiconfinados teniendo en cuenta el efecto de barreras, que en el caso de una ciudad, por ejemplo, pueden corresponder a las paredes de los edificios. Asumen que la zona de fuentes, puede ser modelada como una región particionada en celdas cuadradas de lado  $L$  y altura  $h$  tal como se muestra en la Figura 1 (si las longitudes de las cuadradas en las direcciones perpendiculares fueran diferentes,  $L$  corresponde al promedio de ambas).

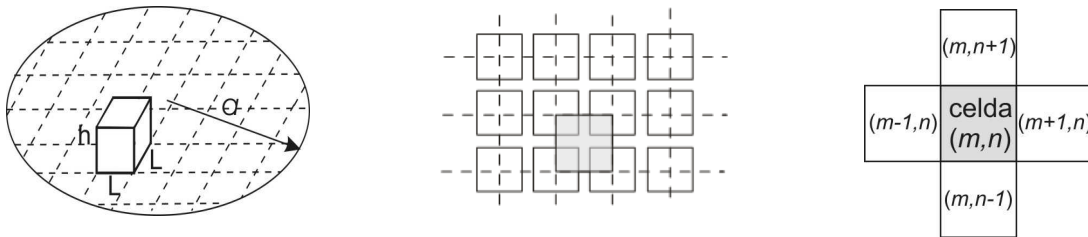


Figura 1. Región de fuentes sonoras y celdas del modelo de Davis y Lyon.

Las celdas contienen las fuentes y sus paredes son semipermeables al sonido, es decir que reflejan, absorben y transmiten el mismo. Las paredes están caracterizadas por los coeficientes de absorción  $\alpha_s$  y de transmisión  $\tau_s$ , siendo el coeficiente de reflexión  $(1 - \alpha_s - \tau_s)$ . El piso de las celdas se considera un reflector perfecto y el techo un absorbedor perfecto. Se define además un coeficiente efectivo de absorción  $\bar{\alpha}$  para la celda que puede ser medido experimentalmente.

$$\bar{\alpha} = \frac{L^2 + 4Lh\alpha_s}{2L^2 + 4Lh} \quad (1)$$

El nivel de ruido dentro de la celda es el resultado del campo directo debido a las fuentes que se encuentran dentro de la misma y del campo reverberante generado por las reflexiones en las barreras y la transmisión a través de las mismas desde y hacia las celdas vecinas. Se asume que las celdas son semejantes y que el nivel sonoro es constante dentro de la celda.

Bajo tales hipótesis efectuando un balance energético es posible obtener una ecuación para determinar la presión sonora correspondiente al campo reverberante. Tal ecuación, conjuntamente con la condición de borde que expresa la nulidad de la energía en el contorno de la ciudad, puede escribirse de la siguiente manera [19]:

$$\left( \frac{L\tau_s}{4\rho c} \right) \nabla^2 p^2 - p^2 \left( \frac{L^2 + 4Lh\alpha_s}{4\rho c L^2 h} \right) + \frac{vw}{L^2 h} (1 - \bar{\alpha}) = 0 \quad (2)$$

$$p^2 \Big|_{\Gamma} = 0 \quad (3)$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire,  $c$ : la velocidad del sonido en el aire,  $v$ : la cantidad de vehículos en la celda,  $w$ : la potencia acústica de cada vehículo y  $\nabla^2$  el operador laplaciano.

Luego, el campo sonoro dentro de la celda con barreras resulta de la contribución del campo reverberante más el aporte del campo directo  $p_D^2$ . Para este último se utiliza una fórmula determinada por Shaw y Olson [20] suponiendo fuentes uniformemente espaciadas en la celda. Consecuentemente, el nivel de presión sonora total puede ser expresado de la siguiente manera:

$$L_p = 10 \log \left( \frac{\frac{\rho c v w}{2L^2} (2 + \ln v) + p^2}{p_{ref}^2} \right) \text{ con } p_{ref} = 2 \times 10^{-5} \text{ Pa} \quad (4)$$

Es interesante comentar que una teoría de campo reverberante no uniforme con ecuaciones gobernantes similares a (2) han sido empleadas recientemente para analizar la acústica de recintos industriales [21-22]. Asimismo, un enfoque similar está siendo investigado para el análisis de la distribución de ruido en cañones urbanos [23, 1].

## 2.2 Modelo FHWA: ruido en autopistas

Para determinar el ruido originado por el tránsito en las autopistas se adopta el “FHWA Traffic Noise Model” desarrollado por los organismos estatales de autopistas de Estados Unidos [6]. El modelo considera también diferentes tipos de vehículos: automóviles ( $a$ ), vehículos medianos ( $m$ ) y vehículos pesados ( $p$ ). La expresión del nivel sonoro equivalente en el punto de inmisión  $L_{eqi}$  es la siguiente:

$$L_{eqi} = 10 \log \left( 10^{L_{eqi\_a}/10} + 10^{L_{eqi\_m}/10} + 10^{L_{eqi\_p}/10} \right) \quad (5)$$

donde, para cada categoría vehicular  $n$ :

$$L_{eqi\_n} = a_n \log v_a + b_n + (10 \log (g_a / v_a) - 13,2) + 10 \log \left( \frac{d_0}{d} \frac{\alpha}{180} \right) + \Delta s_n \quad (6)$$

$g_a$  y  $v_a$  corresponden al flujo vehicular (veh/h) y a la velocidad de circulación (km/h) en el tramo  $a$  de autopistas respectivamente,  $d_0$  es la distancia de referencia (15 m),  $d$  es la distancia al centro del carril y  $\alpha$  es el ángulo sustentado por el segmento de vía que se estudia. En la expresión (6)  $a_n$  y  $b_n$  valen: 38,1 y -2,4 para automóviles, 33,9 y 16,4 para vehículos medianos y 24,6 y 38,5 para vehículos pesados. La corrección por efecto de barreras y tipo de terreno  $\Delta s_n$  puede consultarse en la referencia citada [6]. Tal modelo será utilizado en la zona urbana cercana a una autopista.

## 3 Modelo de tráfico urbano: problema de asignación

Se considera una red de tráfico urbana en la hora pico, cuando los viajes que se generan en los hogares distribuidos en la ciudad se dirigen hacia determinados puntos de destino  $d$  ( $d = 1, 2, \dots, Nd$ ). El esquema de la correspondiente ciudad de área  $\Omega$  y perímetro  $\Gamma_0$  se puede ver en la Figura 1. El sistema de transporte en la ciudad consiste en dos tipos de caminos: a) una red densa de calles superficiales y b) una red de autopistas. Las autopistas se conectan a los centros de destino y a las calles superficiales a través de un número limitado  $Nh$  de puntos de intercambio (rampas de acceso). Asimismo se supone que la red de calles superficiales es tal que para cada calle en un sentido existe otra en sentido opuesto.

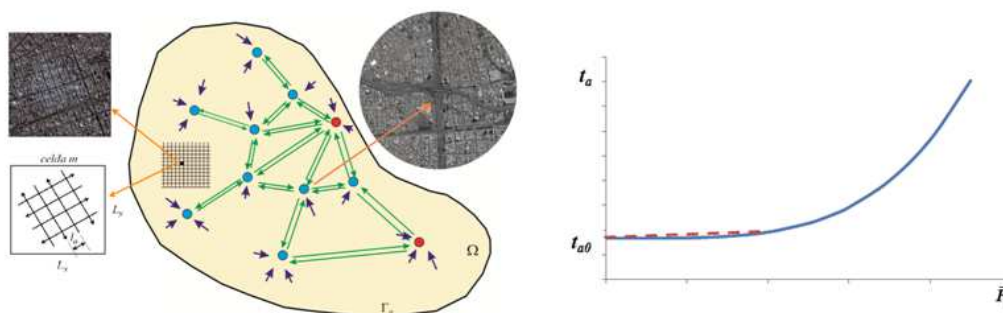


Figura 2: Esquema de la representación de la red de tráfico urbano y tiempo de circulación en función del flujo vehicular (función de costo).

El problema de asignación de tráfico consiste en determinar los flujos vehiculares horarios  $\bar{g}_a$  (veh/h) en cada segmento  $a$  ( $a=1,2,\dots,Na$ ) de una red de tráfico a partir del conocimiento de la localización de los centros de destino, de la estructura de la red de tráfico y de las tasas horarias de viajes  $Q_j^d$  (veh/h) generados en cada nodo  $j$  ( $j=1,2,\dots,Nn$ ) de la red, para los usuarios que se dirigen hacia el destino  $d$ .

para resolver tal problema se ha desarrollado un modelo continuo bidimensional basado en tres conceptos: a) la definición matemática del problema de congestión en cada arteria; b) el equilibrio de usuario definido como el primer principio de Wardrop [7] y c) la conservación de vehículos en cada nodo de la red.

La definición de la congestión de tráfico en cada arteria se establece a partir de una formula empírica que relaciona el tiempo de recorrido en cada tramo con el flujo vehicular circulante por el mismo asumiendo que se trata de una función creciente como se muestra en la Figura 2. Entre las más conocidas puede citarse la BPR [23]

El primer principio de Wardrop [7], también denominado “Equilibrio de usuario” establece que la trayectoria elegida por un conductor en una red congestionada, en condiciones de equilibrio, es tal que su tiempo total de viaje hasta el punto de destino será mínimo. Esto es equivalente a postular la existencia de una función potencial  $u^d(x,y)$  para el tiempo total de viaje entre un punto dado  $(x,y)$  y el destino  $d$ . Entonces, el tiempo de recorrido sobre un tramos se puede expresar como la diferencia de esta función potencial en el punto de inicio y el de finalización de tal tramo.

El número de vehículos en cada nodo de la red de transporte es una cantidad conservativa. Es decir, la cantidad de vehículos que ingresan más los que se generan (salidas de estacionamientos) es igual a la cantidad que sale. Consecuentemente se puede plantear una ecuación de conservación para cada nodo de la red y para cada tipo de vehículos identificados por el destino al cual se dirigen.

A partir de tales conceptos y de la aplicación del método de Galerkin es posible obtener el siguiente sistema de ecuaciones (los detalles de derivación pueden verse en las referencias [14-16]):



$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx}^d \frac{\partial u^d}{\partial x} + K_{xy}^d \frac{\partial u^d}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{xy}^d \frac{\partial u^d}{\partial x} + K_{yy}^d \frac{\partial u^d}{\partial y} \right) + q_T^d = 0$$

$$- \left( \left( K_{xx}^d \frac{\partial u^d}{\partial x} + K_{xy}^d \frac{\partial u^d}{\partial y} \right) n_x + \left( K_{xy}^d \frac{\partial u^d}{\partial x} + K_{yy}^d \frac{\partial u^d}{\partial y} \right) n_y \right) \Big|_{\Gamma_0} = (P_x^d n_x + P_y^d n_y) \Big|_{\Gamma_0} \quad (7)$$

$$u^d(x_d, y_d) = 0 \quad d = 1, 2, \dots, Nd$$

donde

$$q_T^d = q^d - \bar{Q}_j^d \delta(\bar{x} - \bar{x}_j) + \frac{\partial P_x^d}{\partial x} + \frac{\partial P_y^d}{\partial y} \quad (8)$$

Los coeficientes  $K_{xx}^d, K_{xy}^d, K_{yy}^d$  y las funciones  $P_x^d$  y  $P_y^d$  dependen de las funciones incógnitas  $u^d$ . Por otra parte  $\bar{Q}_j^d$  es el flujo vehicular ingresando a las autopistas en la rampa ubicada en  $\bar{x} = \bar{x}_j$  y depende de las funciones  $u^d$  evaluadas en las rampas y también de las capacidades de las autopistas. Las expresiones correspondientes están dadas en las referencias [15-16]. En las expresiones anteriores  $q^d$  corresponde a la tasa de viajes generados por unidad de área, en cada punto de la ciudad (vehículos saliendo de los estacionamientos).

Las ecuaciones anteriores constituyen un sistema no lineal de  $Nd$  ecuaciones diferenciales cuyas incógnitas corresponden a los tiempos de viaje desde cada punto de la red hacia cada uno de los correspondientes destinos  $d$ . Una vez obtenidos los mismos, pueden determinarse los flujos en cada tramo de la red mediante las siguientes expresiones:

$$g_a = \sum_d R_a^d (\tau_a^d)^{\beta_a} \quad (9)$$

$$\tau_a = (u_i^d - u_j^d) - \hat{t}_a, \quad \beta_a = \begin{cases} 1 & \tau_a < \tau_{1a} \\ 1/\varphi_a & \tau_a \geq \tau_{1a} \end{cases}, \quad R_a = \begin{cases} \frac{C_a}{(\alpha_a \hat{t}_a)^{1/\varphi_a}} \tau_{1a}^{(1/\varphi_a - 1)} & \tau < \tau_{1a} \\ \frac{C_a}{(\alpha_a \hat{t}_a)^{1/\varphi_a}} & \tau \geq \tau_{1a} \end{cases} \quad (10)$$

donde  $\hat{t}_a$  corresponde al tiempo de recorrido de arco a flujo libre (cuando sólo un vehículo circula por el tramo),  $C_a$  se denomina capacidad efectiva del tramo  $a$ ,  $\alpha_a$  y  $\varphi_a$  son coeficientes empíricos que dependen de las características del arco  $a$ ,  $\tau_{1a}$  se adopta igual a  $1.1 \alpha_a \hat{t}_a$ . Por otra parte  $(u_i^d - u_j^d)$  es la diferencia de la función potencial evaluada en los puntos inicial y final del tramo considerado. Tiene sentido solo cuando  $u_i^d > u_j^d$ , en caso contrario el correspondiente término en (9) no se considera. Una vez obtenido el flujo vehicular, la cantidad de vehículos  $v$  a considerar en la ecuación (2) se calcula dividiendo tales flujos por la velocidad y multiplicando el resultado por la longitud de los tramos involucrados en cada celda urbana (Figura 1) [18].



## 4 Ejemplo numérico

El problema consiste en obtener los flujos vehiculares en cada tramo de la red de transporte a partir del conocimiento de los destinos, la infraestructura de la red y la tasa de generación de viajes  $q^d$  hacia cada destino, a partir de la resolución del sistema (7-8). Éste se resuelve aquí mediante el método de los elementos finitos.

Una vez obtenidas las correspondientes funciones potenciales  $u^d$ , se determinan los flujos y velocidades en cada tramo mediante las ecuaciones (9-10). Con estos últimos valores puede determinarse el nivel sonoro continuo equivalente en cercanías de las autopistas utilizando las formulas (5-6). Por otra parte, para la estimación del ruido en el entramado denso de calles se utilizan los valores de flujo y velocidad en cada uno de los tramos. A partir de éstos se obtiene el número de vehículos en una celda urbana y posteriormente la presión sonora reverberante resolviendo las ecuaciones (2-3). Para ello se utiliza el método de los elementos finitos. Finalmente, el nivel sonoro continuo equivalente se determina a partir de la fórmula (4). La solución de elementos finitos para ambos problemas se ha realizado mediante el programa FlexPDE [25]. Los detalles de la implementación numérica pueden consultarse en la referencia [17]. A continuación se presenta un ejemplo numérico para demostrar la utilidad del presente enfoque.

Se estudia una ciudad de  $600 \text{ km}^2$  aproximadamente con el esquema mostrado en la Figura 3. Se muestra allí la red de autopistas superpuesta al entramado de calles. La generación de viajes en las zonas 2, 3, 4 y 5 es de 240, 280, 220 y 220 veh/h/km<sup>2</sup> respectivamente. Para las autopistas los parámetros que se utilizan en la expresión (15) son:  $\alpha_a = 0,85$ ,  $\varphi_a = 5$ ,  $C_a = 15000$  veh/h para los tramos 1, 2 y 3 y 8000 veh/h para los tramos 4, 5 y 6. Para las calles comunes:  $\alpha_a = 0,15$ ,  $\varphi_a = 4$ ,  $C_a = 600$  veh/h. Para calcular el tiempo a flujo libre  $\hat{t}_a$  se adopta una velocidad máxima de 120 km/h en las autopistas y de 40 km/h en las calles.

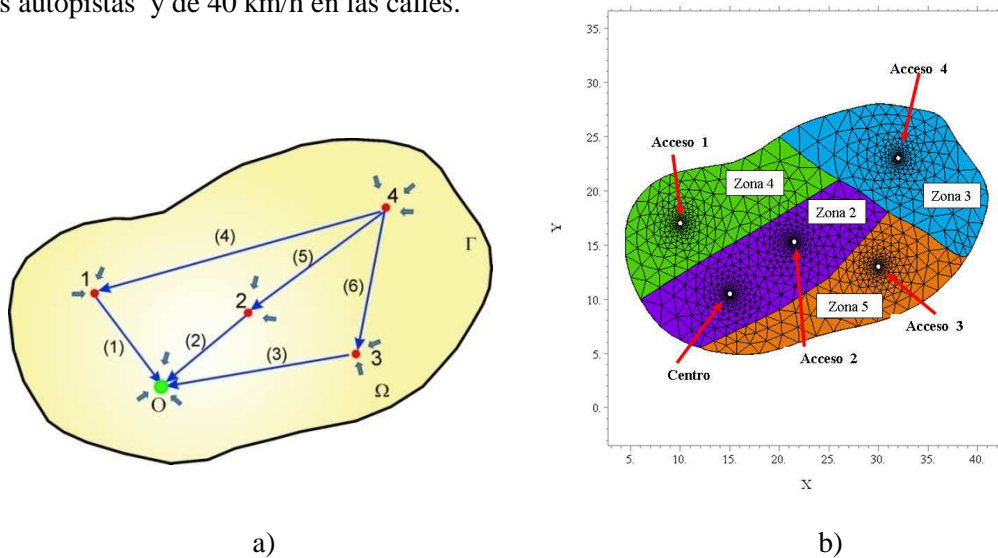


Figura 3: a) Esquema de la red de autopistas, b) malla de elementos finitos para el problema de tráfico.

En la Figura 4 a) se observa un diagrama vectorial de la circulación en la ciudad (flujo vehicular) y en la 4 b) la cantidad de vehículos presentes en cada celda urbana mostrada en la Figura 1. En la Figura 5 se muestra la distribución de niveles sonoros continuos equivalentes en los cañones urbanos (5a) y en las zonas cercanas a las autopistas (5b).

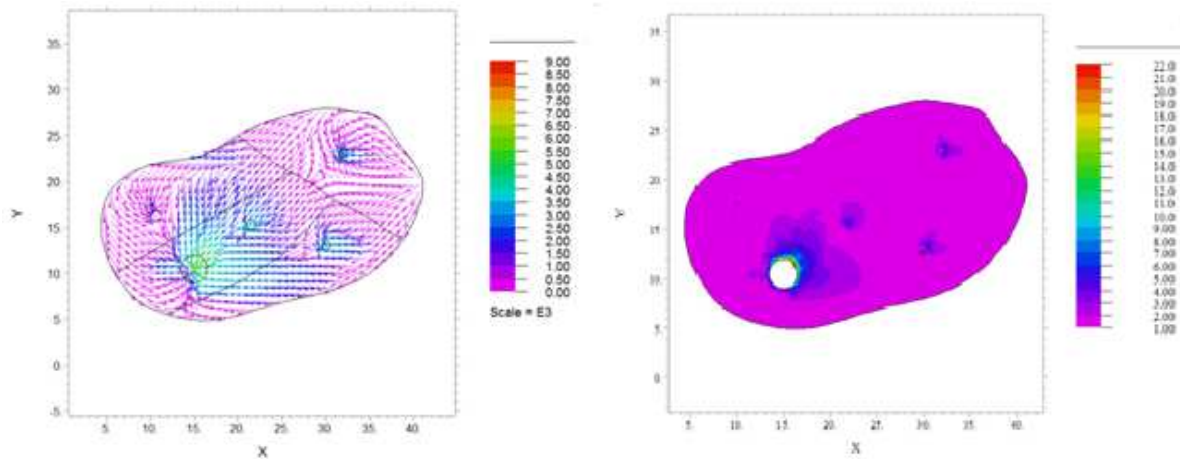


Figura 4: a) Flujo vehicular (veh/km/h). b) Cantidad de vehículos en cada celda urbana.

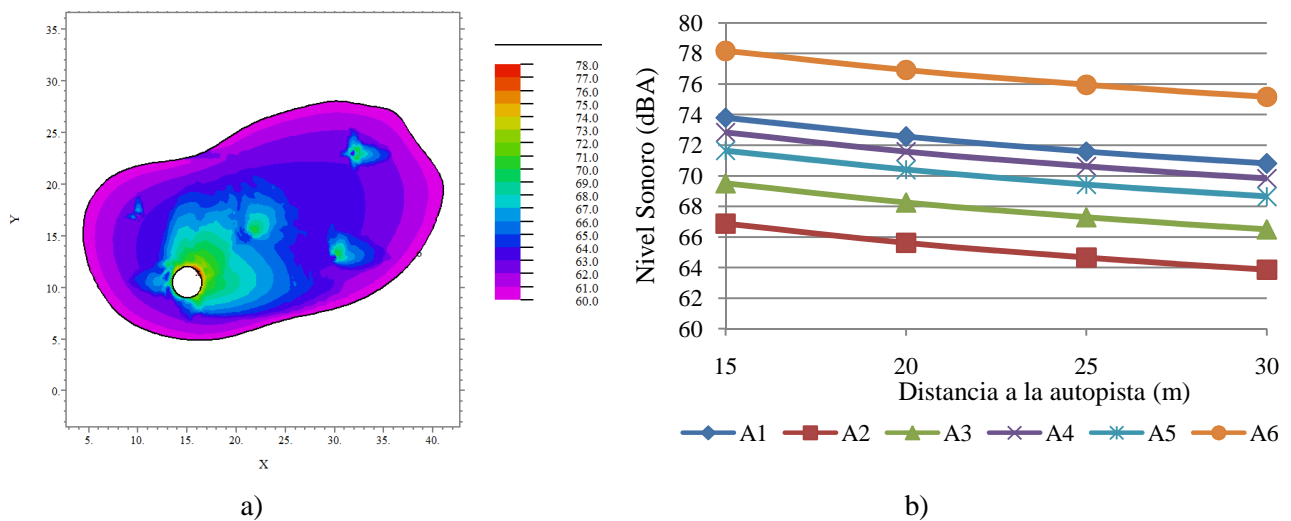


Figura 5: a) Nivel sonoro continuo equivalente (dBA) en las calles y b) en las zonas cercanas a las autopistas A1-A6.

## 5 Conclusiones

Se ha presentado un modelo integrado para el análisis del flujo vehicular urbano bajo condiciones de congestión, conjuntamente con el efecto acústico asociado para ciudades con autopistas.

El modelo de tráfico desarrollado hace posible la estimación de la elección de ruta por parte de los usuarios (problema de asignación en equilibrio) y consecuentemente el flujo vehicular y la velocidad media de circulación en cada arteria de la ciudad. Tales magnitudes son fundamentales para la estimación de la emisión sonora.

El nuevo modelo de tráfico supone una mejora respecto a otros utilizados con anterioridad tales como el de Sasaki et al. (1990) ya que éste permite considerar en forma más detallada ciertos aspectos del





patrón de tráfico tales como la anisotropía de la circulación y la consideración de autopistas sobre la red densa de calles.

Por otra parte, el modelo acústico para el ruido en cañones urbanos corresponde a la teoría de Davies y Lyon [5] que se formula mediante una ecuación diferencial a derivadas parciales cuya incógnita es la presión sonora. A ésta última debe sumarse la contribución del campo directo a fin de obtener el nivel sonoro continuo equivalente total.

Tanto el modelo de tráfico como la ecuación de Davies y Lyon se resuelven convenientemente mediante el método de elementos finitos. Se cree que el presente modelo puede ser de utilidad para problemas de planificación urbana al poder estimar el impacto acústico ante modificaciones de la red de transporte.

## Agradecimientos

El presente trabajo es parte del proyecto “Modelos Matemáticos en Ingeniería Ambiental: Diseño óptimo y control” (Secyt, Universidad Tecnológica Nacional) y del proyecto “Problemas de optimización en Ingeniería Civil” (Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur).

## Referencias

- [1] Pasareanu, S.; Remillieux, M; Burdisso, R. Energy-based method for near-real time modeling of sound field in complex urban environments. *J. Acoust. Soc. Am.* 132 (6), 2012.
- [2] Kang, J. *Acoustics of Long Spaces: Theory and Design Guidance*. Thomas Telford Publishing, January 1, 2002.
- [3] Cortínez, Víctor H.; Stoklas, Cecilia I; Girón, Pablo G.; Azzurro, Adrián P.; Ercoli Liberto. Modelos de predicción de ruido de tránsito para la ciudad de Bahía Blanca, Argentina. Proc. V *Congreso Iberoamericano de Acústica*, Santiago, Chile, 2006.
- [4] González, Alicia E. *Contaminación sonora en ambiente urbano: optimización del tiempo de muestreo en Montevideo y desarrollo de un modelo predictivo en un entorno atípico*. Tesis doctoral, Montevideo, Uruguay, 2000.
- [5] Davies, H.; Lyon, R. Noise propagation in cellular urban and industrial spaces. *The Journal of the Acoustical Society of America* 54, 1974, pp 565-1570.
- [6] FHWA TNM®. Federal Highway Administration's Traffic Noise Model, Version 2.5. 2012.  
[http://www.fhwa.dot.gov/environment/noise/traffic\\_noise\\_model/](http://www.fhwa.dot.gov/environment/noise/traffic_noise_model/)
- [7] Wardrop, J. G., Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. *Proceeding, Institution of Civil Engineers* II (1), 1952, pp 325-378.
- [8] Beckmann, M. J.; Mc Guire, C. B.; Weinstein C. B. *Studies in economics of transportation*, Yale University Press, 1956, New Haven, Connecticut, USA.
- [9] Dominguez, Patricia N.; Vidal, Marta C. y Cortínez, Víctor H. Diseño óptimo de redes de transporte urbano considerando aspectos medioambientales. *Mecánica Computacional* Vol. XXVIII, 2009, pp 2599-2624.
- [10] Sasaki, T.; Iida, Y.; Yang, H. User equilibrium traffic assignment by continuum approximation of network flow. 11th International Symposium of Transportation and Traffic Theory, Yokohama, Japan, 1990, pp 233-252.



- [11] Wong, S.; Sun, S. A combined distribution and assignment model for continuous facility location problem. *Annals of Regional Science* 35, 2001, pp 267-281.
- [12] Ho, H.; Wong, S.; Loo, B. A continuous traffic equilibrium model with multiple user classes. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies* 5, 2003, pp 2831-2845.
- [13] Ho, H.; Wong, S.; Loo, B. Combined distribution and assignment model for a continuum traffic equilibrium problem with multiple user classes. *Transportation Research, B* 40, 2006, pp 633-650.
- [14] Cortínez, Víctor H.; Dominguez, Patricia N. Un Modelo de Difusión Anisótropa para el Estudio del Tráfico Urbano. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 29(1), 2013, pp 1-11.
- [15] Dominguez, Patricia N.; Cortínez, Víctor H. Un nuevo modelo continuo-discreto para el estudio del tráfico urbano con autopistas. *Mecánica Computacional* Vol. XXX, 2011, pp 3543-3560.
- [16] Cortínez, Víctor H. y Dominguez, Patricia N. An anisotropic continuum model for traffic assignment in mixed transportation networks (enviado a publicación), 2016.
- [17] Dominguez, Patricia N., (2013). “Un nuevo modelo continuo de asignación de tráfico para el diseño óptimo de redes de transporte urbano”, Tesis de doctorado en ingeniería, Universidad Nacional del Sur.
- [18] Cortínez, Víctor H. y Dominguez, Patricia N., Evaluación de Impacto Acústico Urbano mediante un Modelo Integrado de Tráfico y Ruido. XIII Congreso Argentino de Acústica Aada 2015, ISBN 978-987-24713-5-4, Asociación de Acústicos Argentinos, Gonnet, Buenos Aires.
- [19] Cortínez, Víctor H.; Dominguez, Patricia N. Un Modelo Continuo de Asignación de Tráfico para el Estudio de Ruido Urbano, *Primeras Jornadas Regionales de Acústica Aada* 2009, ISBN 978-987-22880-7-5.
- [20] Shaw, E. A.; Olson, N. Theory of Steady-State Urban Noise for an Ideal Homogeneous City. *The Journal of the Acoustical Society of America* 51, 1972, pp 1781-1793.
- [21] Sequeira, Martín E.; Cortínez, Víctor H. A simplified two dimensional acoustic diffusion model for predicting sound levels in enclosures. *Applied Acoustics*, 73 (8), 2012, pp 842-848.
- [22] Sequeira, Martín E.; Cortínez, Víctor H. Optimal acoustic design of multi-source industrial buildings by means of a simplified acoustic diffusion model. *Applied Acoustics*, 103 part A, 2016, pp 71-81.
- [23] Picaut, J. Numerical modeling of urban sound fields by a diffusion process, *Applied Acoustics* 63, 2002, pp 965–991.
- [24] U.S. Bureau of Public Roads (1964). Traffic assignment manual. U.S. Department of Commerce, Washington D.C.
- [25] FlexPDE (2015). PDE Solutions, Inc. [www.pdesolutions.com](http://www.pdesolutions.com)